中考状元笔记

数学

微信：初中跟谁学

微博：初中跟谁学好课

初中学霸提升成绩的 16 个习惯

1、记忆习惯。一分钟记忆，把记忆和时间联系起来，这里还含有注意的习惯。一分钟写多少字，读多少字，记多少字，时间明确的时候，注意力一定好。把学习任务和时间联系起来，通过一分钟注意、记忆来培养学习习惯。

2、演讲习惯。让自己会整理、表达自己的思想，演讲是现代人应该具有的能力。

3、读的习惯。读中外名著或伟人传记，与高层次的思想对话，每天读一、两分钟，与大师为伍，很多教育尽在不言中，一旦形成习惯，自己会终生受益。

4、写的习惯。写日记，有话则长，无话则短，通过日记可以看出一个人有没有能力，有没有思想，有没有一以贯之的品质。

5、定计划的习惯。凡事预则利、不预则废。后进生毛病都出在计划性不强，让人家推着走，而优秀的自己长处就在于明白自己想要干什么。

6、预习习惯。让自己学进去，感受学习、探索、增长能力的快乐。所以请各位同学一定要培养自己预习的习惯。

7、适应老师的习惯。自己同时面对各学科教师，长短不齐、在所难免。自己要适应老师，与老师共同进步，不要稍不如意就埋怨环境。

8、大事做不来，小事赶快做的习惯。这也是非常要紧的一个习惯。尖子自己做尖子的事，后进自己别盲目攀比。大的目标够不到，赶快定小的目标。难题做不了， 挑适合你的容易做的题去做。人生最可怕的就是大事做不来，小事不肯做，高不能 成，低不肯就，上得去、下不来。所以要让我们的自己永不言败。

9、自己留作业的习惯。老师留的作业不一定同时适应所有同学。同学们要让自己做到脚踏实地、学有所得，从自己的实际出发，为自己布置作业。

10、错题集的习惯。每次考试之后，90 多分的、50 多分的、30 多分的同学，如何整理错题？扔掉的分数就不要了，这次 30 分，下次 40 分，这就是伟大的成绩。找到可以接受的类型题、同等程度的知识点研究一下提高的办法。整理错题集是很多同学公认的好习惯。

11、出考试题的习惯。自己应该觉得考试不神秘。高中自己应该会出高考试题，初中自己会出中考试题。

12、筛选资料、总结的习惯。自己要会根据自己实际，选择学习资料。

十二个习惯，不要求齐头并进，每个同学要有自己的特点，让老师以教书为乐，让自己以学习为快乐。这快乐要建立在养成这些良好习惯的基础上。祝大家更多地享受到学习的快乐！

NO. 中考数学
Date

目录

七年级数学(上)知识点

学习使我快乐 我的心里只有学习 我爱学习 学习使我快乐 我的心里只有学习

NO.

Date . .

NO.
Date

NO.

Date . .

八年级数学(上)知识点 69

NO.

Date . .

NO.
Date · ·

NO.

Date · ·

九年级数学(上)知识点

NO.

Date · ·

NO.

Date . .

NO.
Date

NO.

Date . .

NO.

Date · ·

NO.

Date . .

七年级数学(上)知识点

七年级数学上册主要包含了有理数、整式的加减、一元一次方程、图形的认识初步四个章节的内容.

第一章 有理数

知识框架

正整数			加法	减法
0	整数			
负整数		有理数 有理数的运算	交换律	分配律
		点与数的对应	结合律	
正分数	分数	数轴		
负分数			乘法	除法
		比较大小		
			乘方	

知识概念

1. 有理数

(1) 凡能写成$\frac{q}{p}$(p,q为整数且$p\neq0$)形式的数,都是$\boxed{\text{有理数}}$.正整数、0、负整数统称$\boxed{\text{整数}}$;正分数、负分数统称$\boxed{\text{分数}}$;整数和分数统称有理数.注意:0既不是正数,也不是负数;-a不一定是负数,+a也不一定是正数;π不是有理数;

(2) 有理数的分类

NO.

Date

① 有理数 $\begin{cases} 正有理数 \begin{cases} 正整数 \\ 正分数 \end{cases} \\ 零 \\ 负有理数 \begin{cases} 负整数 \\ 负分数 \end{cases} \end{cases}$

② 有理数 $\begin{cases} 整数 \begin{cases} 正整数 \\ 零 \\ 负整数 \end{cases} \\ 分数 \begin{cases} 正分数 \\ 负分数 \end{cases} \end{cases}$

2. 数轴：数轴是规定了原点、正方向、单位长度的一条直线。

3. 相反数：

(1) 只有符号不同的两个数，我们说其中一个是另一个的相反数；0的相反数还是0；

(2) 相反数的和为0 $\Leftrightarrow a+b=0 \Leftrightarrow$ a、b互为相反数

4. 绝对值：

(1) 正数的绝对值是其本身，0的绝对值是0，负数的绝对值是它的相反数；注意：绝对值的意义是数轴上表示某数的点离开原点的距离；

(2) 绝对值可表示为：$|a|=\begin{cases} a & (a>0) \\ 0 & (a=0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$ 或 $|a|=\begin{cases} a & (a\geq 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$；

绝对值的问题经常分类讨论；

5. 有理数比大小

(1) 正数的绝对值越大，这个数越大；

(2) 正数永远比0大，负数永远比0小；

(3) 正数大于一切负数；

NO.

Date · ·

(4) 两个负数比大小，绝对值大的反而小；

(5) 数轴上的两个数，右边的数总比左边的数大；

(6) 大数－小数 ＞0，小数－大数＜0.

6. 互为倒数：乘积为1的两个数互为倒数；

注意：①0没有倒数；②若 $a\neq0$，那么a的倒数是 $\frac{1}{a}$；③若 $ab=1 \Leftrightarrow a、b$ 互为倒数；④若 $ab=-1 \Leftrightarrow a、b$ 互为负倒数.

7. 有理数加法法则

(1) 同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加；

(2) 异号两数相加，取绝对值较大的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值；

(3) 一个数与0相加，仍得这个数。

8. 有理数加法的运算律：

(1) 加法的交换律：$a+b=b+a$

(2) 加法的结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$.

9. 有理数减法法则：减去一个数，等于加上这个数的相反数；即 $a-b=a+(-b)$.

10. 有理数乘法法则

(1) 两数相乘，同号为正，异号为负，并把绝对值相乘.

(2) 任何数同零相乘都得零；

(3) 几个数相乘，有一个因式为零，积为零；各个因式都不为零，积的符号由负因式个数决定.

NO.

Date

11.有理数乘法的运算律：

(1) 乘法的交换律：$ab=ba$；

(2) 乘法的结合律：$(ab)c=a(bc)$；

(3) 乘法的分配律：$a(b+c)=ab+ac$.

12.有理数除法法则：除以一个数等于乘以这个数的倒数；注意：零不能做除数，即$\frac{a}{0}$无意义.

13.有理数乘方的法则：

(1) 正数的任何次幂都是正数；

(2) 负数的奇次幂是负数；负数的偶次幂是正数；注意：当n为正奇数时：$(-a)^n=-a^n$或$(a-b)^n=-(b-a)^n$，当n为正偶数时：$(-a)^n=a^n$或$(a-b)^n=(b-a)^n$

14.乘方的定义：

(1) 求相同因式积的运算，叫做乘方；

(2) 乘方中，相同的因式叫做底数，相同因式的个数叫做指数，乘方的结果叫做幂.

15.科学记数法：把一个大于10的数记成$a\times10^n$的形式，其中a是整数数位只有一位的数，这种记数法叫科学记数法.

16.近似数的精确位：一个近似数，四舍五入到那一位，就说这个近似数的精确到那一位.

17.有效数字：从左边第一个不为零的数字起，到精确的位数止，所有数字，都叫这个近

NO.

Date · ·

似数的$\boxed{\text{有效数字}}$。

【例】请分析下列题的对错，并解释.

1. 近似数25.0的精确度与近似数25一样.

2. 近似数4千万与近似数4000万的精确度一样。

3. 近似数66.6万，它精确到万位，有三个有效数字

4. 用四舍五入法得近似数6.40和6.4是相等的.

5. 近似数3.7×10的二次与近似数370的精确度一样.

● 解析:

1. 错。前者精确到十分位(小数点后面一位)，后者精确到个位数

2. 错。4千万精确到千万位，4000万精确到万位.

3. 对。

4. 错。值虽然相等，但是取之范围和精确度不同

5. 错。3.7×10^2精确到十位，370精确到个位.

● 相关概念：有效数字：是指从该数字左边第一个非0的数字到该数字末尾的数字个数(有点绕口).

● 举几个例子：3一共有1个有效数字，0.0003有一个有效数字，0.1500有4个有效数字，1.9*10^3有两个有效数字(不要被10^3迷惑，只需要看1.9的有效数字就可以了，10^n看作是一个单位)。

● 精确度：即数字末尾数字的单位。

● 比如说：9800.8精确到十分位(又叫做小数点后面一位)，80万精确到万位，9*10^5精确到10万位(总共就9一个数字，10^n看作是一个单位，就和多少万是一个概念).

NO.

Date

18. 混合运算法则：先乘方.后乘除.最后加减

本章内容要求学生正确认识有理数的概念.在实际生活和学习数轴的基础上.理解正负数.相反数.绝对值的意义所在。重点利用有理数的运算法则解决实际问题。

体验数学发展的一个重要原因是生活实际的需要.激发学生学习数学的兴趣，培养学生的观察.归纳与概括的能力.使学生建立正确的数感和解决实际问题的能力。

NO.

Date · ·

中考"有理数"考点例析

"有理数"是中学数学最基础的知识，在中考中占有一定的比例，且是必考内容。综观近几年各地中考题，主要考点有以下几种类型。

考点一：考查正、负数的意义

【例1】：如果水位下降3m记作$-3m$，那么水位上升4m记作（ ）

A. 1m　B. 7m　C. 4m　D. $-7m$

解析：本例主要考查具有相反意义的量，应选C。个别同学易同有理数加法相混而误选A.

考点二：考查有理数加减的意义

【例2】：已知甲地的海拔高度是300m，乙地的海拔高度是$-50m$，那么甲地比乙地高多少m.

解析：由有理数减法的意义易知甲地比乙地高$300-(-50)=350(m)$。

考点三：考查基本概念

【例3】：已知a、b互为相反数，c、d互为倒数，x的绝对值等于1，求$a+b+x^2-cdx$的值。

解析：考查相反数、倒数与绝对值的概念，由已知易得$a+b=0$，$cd=1$，又由$|x|=1$可知$x=\pm1$。

当$x=1$时，原式$=0+1^2-1\times1=0$.

当$x=-1$时，原式$=0+(-1)^2-1\times(-1)=2$.

所以$a+b+x^2-cdx$的值是0或2.

【例4】：已知P与39互为相反数，且$P\neq0$，那么P的倒数是（ ）.

A. $\frac{9}{3}$　B. $-\frac{3}{9}$　C. 39　D. -39

NO.

Date . .

解析：由已知有 $p+3q=0$，所以 $p=-3q$，从而 $\frac{q}{p}=-\frac{1}{3}$，故应选B。

考点四：考查有理数大小的比较方法

【例5】：下表是我国四个城市某年某日的平均气温：

北京	乌鲁木齐	上海	广州
$-7.6℃$	$-20.8℃$	$0.5℃$	$12.7℃$

请将以上城市这一日的平均气温按从低到高的顺序排列________。

解析：应注意两个负数比较大小时，绝对值大的反而小，由 $|-20.8|>|-7.6|$ 可知从低到高排列应为 $-20.8℃<-7.6℃<0.5℃<12.7℃$。

【例6】：在 1，-1，-2 这三个数中任意两数之和的最大值是（　）。

A. 1　B. 0　C. -1　D. -3

解析：先求出任意两数之和再比较，由题意应有如下三个值 $1+(-1)=0$；$1+(-2)=-1$；$(-1)+(-2)=-3$。故易知应选B。

考点五：考查科学记数法、近似数等

【例7】：2003年6月1日9时，举世瞩目的三峡工程正式下闸蓄水，首批4台机组率先发电，预计年内可发电5500000000度，这个数用科学记数法表示，记为____度。近似值0.30精确到____位，有____个有效数字。

解析：本题主要考查了科学记数法的概念及近似数的有关知识，另外试题注意了学科知识的渗透及用数学的意识。$5500000000=5.5\times10^9$；近似数0.30精确到百分位（即精确到0.01），有两个有效数字。（注意是从左边第1个不是零的数字起到最末一位止的所有数字）。

考点六：考查有理数的运算

NO.

Date . .

【例8】：(1) 计算：$-9+5\times(-6)-(-4)^2\div(-8)$；

(2) 计算：$(-1)^5-[-3\times(-\frac{2}{3})^2-1\frac{1}{3}\div(-2)^2]$.

解析：计算此类题目，应注意运算顺序，先算乘方，再算乘除，最后算加、减。如果有括号就先算括号里面的。

(1) 原式 $=-9+5\times(-6)-16\div(-8)$

$=-9-30+2=-37$；

(2) 原式 $=-1-[-3\times\frac{4}{9}-\frac{4}{3}\div4]$

$=-1-(-\frac{4}{3}-\frac{1}{3})=-1-(-\frac{5}{3})$

$=-1+\frac{5}{3}=\frac{2}{3}$.

考点七：考查非负数的性质

【例9】：若有理数 a、b 满足 $|3a-1|+(b-2)^2=0$，则 a^b 的值为______。

解析：由绝对值及平方的非负特征，可知 $|3a-1|\geq0$，$(b-2)^2\geq0$，又 $|3a-1|+(b-2)^2=0$。故只能有 $|3a-1|=0$，$(b-2)^2=0$，所以 $a=\frac{1}{3}$，$b=2$。

$\therefore a^b=(\frac{1}{3})^2=\frac{1}{9}$.

考点八：考查数学思想方法

【例10】：设 a 是大于1的有理数，若 a、$\frac{a+2}{3}$、$\frac{2a+1}{3}$ 在数轴上对应的点分别记作A、B、C，则A、B、C三点在数轴上自左至右的顺序是（　　）

A. C、B、A　　B. B、C、A　　C. A、B、C　　D. C、A、B

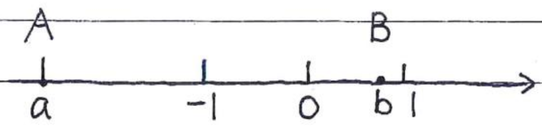
解析：本题考查有理数大小的比较方法，同时考查常用数学方法的灵活运用。如本题采用取特殊值法进行比较，则显得简捷明快。

因为 $a>1$，所以不妨取 $a=4$，则 $\frac{a+2}{3}=2$，$\frac{2a+1}{3}=3$，由 $2<3<4$ 知 $\frac{a+2}{3}<\frac{2a+1}{3}<a$。故应选B.

NO.

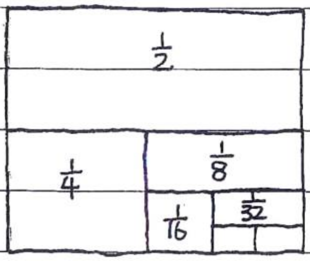
Date

【例11】:如下图,若数轴上A.B两点表示的数为a.b.则下列结论正确的是( )



A. $\frac{1}{2}b-a>0$ B. $a-b>0$ C. $2a+b>0$ D. $a+b>0$

解析:本题主要考查能否应用数形结合的思想并结合加.减法则进行判断.由图形知 $a<-1$. $0<b<1$. $a<b$;所以 $\frac{1}{2}b-a=\frac{1}{2}b+(-a)>0$;$a-b<0$;显然 $2a+b<0$;$a+b<0$。所以只有A正确.故选A.



(注:此题也可由图形取特殊值。如取 $a=-2$, $b=0.5$ 等.通过计算验证。)

【例12】:我国著名数学家华罗庚曾说过:"数形结合百般好,隔裂分家万事非。"在一个边长为1的正方形纸板上,依次贴上面积为 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, …, $\frac{1}{2^n}$ 的矩形彩色纸片(n为大于1的整数).请你用"数形结合"的思想,依数形变化的规律,计算 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}=$ ______。

解析:本题启示我们,运用数形结合思想构造几何图形,常可巧解代数题。如右图,事实上,这样一直贴下去,即是面积分别为 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, …, $\frac{1}{2^n}$ 的小矩形面积之和,而这恰好等于边长为1的大正方形的面积,故 $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}=1$.

考点九:考查数学思维能力

【例13】:已知 $|ab-2|$ 与 $(b-1)^2$ 互为相反数,试求代数式 $\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a+2005)(b+2005)}$ 的值.

NO.

Date

解析：由已知仿例9可知$|ab-2|=0$，$(b-1)^2=0$．所以$ab-2=0$，$b-1=0$．从而$a=2$，$b=1$.

则原式$=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{2005\times2006}+\frac{1}{2006\times2007}$

$=(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+\cdots+(\frac{1}{2005}-\frac{1}{2006})+(\frac{1}{2006}-\frac{1}{2007})=1-\frac{1}{2007}=\frac{2006}{2007}$.

注：应予以本题用到了逆向思维的思想（逆用分数加减法则），应予以重视.

【例14】：从2开始，连续的偶数相加，和的情况如下：

$2=2=1\times2$.

$2+4=6=2\times3$.

$2+4+6=12=3\times4$.

$2+4+6+8=20=4\times5$.

……

(1) 请推测从2开始，n个连续偶数相加，和是多少？

(2) 取$n=6$，验证(1)的结论是否正确？

解析：(1) 观察已知的等式，可以发现，等号右边第一个因数是左边偶数的个数，而第二个因数比第一个因数大1，故n个连续偶数相加，和是$n(n+1)$。

(2) 当$n=6$时，$2+4+6+8+10+12=42$，$n(n+1)=6\times(6+1)=6\times7=42$。

∴当$n=6$时，(1)的结论成立.

【例15】：先观察下列算式，再填空.

$3^2-1^2=8\times1$，$5^2-3^2=8\times2$

(1) $7^2-5^2=8\times(\quad)$；　　(2) $9^2-(\quad)^2=8\times4$

(3) $(\quad)^2-9^2=8\times5$，　　(4) $13^2-(\quad)^2=8\times(\quad)$……。

通过观察归纳，写出反映这种规律的一般结论：________。

解析：通过计算或根据规律可得应填数据。(1) 3．(2) 7．(3) 11．(4) 11，6

结论：两个连续奇数的平方差能被8整除.

NO.

Date

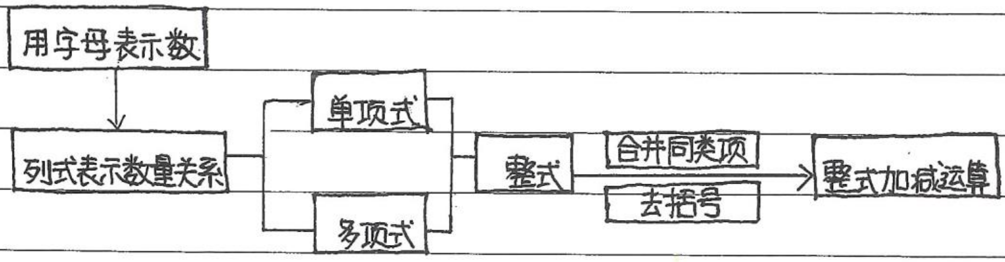
评注：本章内容在中考中大多以填空题、选择题的形式命题。综观近几年各省市中考题，考查的重点内容是相反数、倒数、非负数、绝对值的概念及有关性质、有理数的大小比较、近似数与科学记数法，另有与之相应的创新、探究型问题，但万变不离其宗，关键是理解并掌握基本概念及运算性质。

NO.

Date

第二章 整式的加减

知识框架



知识概念

1.单项式：

在代数式中，若只含有乘法（包括乘方）运算。或虽含有除法运算，但除式中不含字母的一类代数式叫单项式。

2.单项式的系数与次数：

单项式中不为零的数字因数，叫单项式的数字系数，简称单项式的系数；系数不为零时，单项式中所有字母指数的和，叫单项式的次数。

3.多项式：几个单项式的和叫多项式。

4.多项式的项数与次数：

多项式中所含单项式的个数就是多项式的项数，每个单项式叫多项式的项；多项式里，次数最高项的次数叫多项式的次数。

通过本章学习，应达到以下学习目标：

1. 理解并掌握单项式、多项式、整式等概念，弄清它们之间的区别与联系。

2. 理解同类项概念，掌握合并同类项的方法，掌握去括号时符号的变化规律，能正确地进行同类项的合并和去括号。在准确判断、正确合并同类项的基础上，进行整式的加减运算.

NO.
Date

3. 理解整式中的字母表示数，整式的加减运算建立在数的运算基础上；理解合并同类项、去括号的依据是分配律；理解数的运算律和运算性质在整式的加减运算中仍然成立。

4. 能够分析实际问题中的数量关系，并用还有字母的式子表示出来。

整式的加减考点透析

考点一：用字母表示数量关系

【例1】：填空题：

(1) 香蕉每千克售价3元，m千克售价______元。

(2) 温度由5℃上升t℃后是______℃。

(3) 每台电脑售价x元，降价10%后每台售价为______元。

(4) 某人完成一项工程需要a天，此人的工作效率为______。

● 思路点拨：用字母表示数量关系，关键是理解题意，抓住关键词句，再用适当的式子表达出来。

● 举一反三：

[变式] 某校学生给"希望小学"邮寄每册a元的图书240册，若每册图书的邮费为书价的5%，则共需邮费______元。

考点二：整式的概念

【例2】：指出下列各式中哪些是整式，哪些不是。

(1) $\frac{1}{2}x+1$； (2) $a=2$； (3) π； (4) $S=\pi R^2$； (5) $\frac{7}{3}$； (6) $\frac{2}{3}>\frac{3}{5}$

● 总结升华：判断是不是整式，关键是了解整式的概念，注意整式与等式、不等式的区别，等式含有等号，不等式含有不等号，而整式不能含有这些符号。

● 举一反三：

NO.

Date

[变式] 把下列式子按单项式、多项式、整式进行归类.

x^2y, $\frac{1}{2}a-b$, $x+y^2-5$, $-\frac{x}{2}$, -29, $2ax+9b-5$, $600xz$, $\frac{5}{2}axy$, $xyz-1$, $\frac{1}{x+1}$.

分析：本题的实质就是识别单项式、多项式和整式。单项式中数和字母、字母和字母之间必须是相乘的关系，多项式必须是几个单项式的和的形式。

答案：单项式有：x^2y, $-\frac{x}{2}$, -29, $600y$, $\frac{5}{2}axy$.

多项式有：$\frac{1}{2}a-b$, $x+y^2-5$, $2ax+9b-5$, $xyz-1$

整式有：x^2y, $\frac{1}{2}a-b$, $x+y^2-5$, $-\frac{x}{2}$, -29, $2ax+9b-5$, $600xz$, $\frac{5}{2}axy$, $xyz-1$。

考点三：同类项

【例3】：若 $\frac{1}{2}x^{a-1}y^3$ 与 $-3x^{-b}y^{2a+b}$ 是同类项，那么 a, b 的值分别是（　）

(A) $a=2$, $b=-1$。　　(B) $a=2$, $b=1$.

(C) $a=-2$, $b=-1$。　　(D) $a=-2$, $b=1$.

● 思路点拨：解决此类问题的关键是明确同类项定义，即字母相同且相同字母的指数相同，要注意同类项与系数的大小没有关系。

解析：由同类项的定义可得：$a-1=-b$，且 $2a+b=3$，

解得 $a=2$, $b=-1$.

故选A.

● 举一反三：

[变式] 在下面的语句中，正确的有（　）

① $-\frac{2}{3}a^2b^3$ 与 $\frac{1}{2}a^3b^2$ 是同类项；　　② $(-\frac{1}{2})^2x^2yz$ 与 $-2x^2y$ 是同类项

③ -1 与 $\frac{1}{5}$ 是同类项；　　④ 字母相同的项是同类项.

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

解析：①中 $-\frac{2}{3}a^2b^3$ 与 $\frac{1}{2}a^3b^2$ 所含的字母都是 a, b，但 a 的次数分别是 2, 3，b 的次数分别是 3, 2，所以它们不是同类项，②中所含字母相同，并且相同字母的指数也相同.

NO.

Date

所以$(-\frac{1}{2})^2x^2yz$与$-2x^2y$是同类项；不含字母的项（常数项）都是同类项，③正确，根据①可知②④不正确。故选B

考点四：整式的加减

【例4】：化简$m-n-(m+n)$的结果是（ ）

（A）0. （B）$2m$。 （C）$-2n$。 （D）$2m-2n$.

● 思路点拨：按去括号的法则进行计算，括号前面是“－”号，把括号和它前面的“－”号去掉，括号里各项都改变符号。

解析：原式$=m-n-m-n=-2n$，故选（C）.

● 举一反三：

[变式]：计算：$2xy+3xy=$______。

分析：按合并同类项的法则进行计算，把系数相加所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变。注意不要出现$5x^2y^2$的错误。

答案：$5xy$。

【例5】：（化简代入求值法）已知$x=\frac{1}{5}$，$y=\frac{1}{3}$，求代数式$(5x^2y-2xy^2-3xy)-(2xy+5x^2y-2xy^2)$

● 思路点拨：此题直接把x、y的值代入比较麻烦，应先化简再代入求值。

解析：原式$=5x^2y-2xy^2-3xy-2xy-5x^2y+2xy^2=-5xy$

当$x=-\frac{1}{5}$，$y=-\frac{1}{3}$时，原式$=-5\times(-\frac{1}{5})\times(-\frac{1}{3})=-\frac{1}{3}$。

● 总结升华：求代数式的值的第一步是“代入”，即用数值替代整式里的字母；第二步是“求值”，即按照整式中指明的运算，计算出结果。应注意的问题是，当整式中有同类项时，应先合并同类项化简原式，再代入求值。

● 举一反三：

NO.

Date

[变式1] 当$x=0$, $x=\frac{1}{2}$, $x=-2$时，分别求代数式的$2x^2-x+1$的值.

解：当$x=0$时，$2x^2-x+1=2\times0^2-0+1=1$；

当$x=\frac{1}{2}$时，$2x^2-x+1=2\times(\frac{1}{2})^2-\frac{1}{2}+1=2\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1=1$；

当$x=-2$时，$2x^2-x+1=2\times(-2)^2-(-2)+1=2\times4+2+1=11$.

●总结升华：一个整式的值，是由整式中的字母所取的值确定的，字母取值不同，一般整式的值也不同；当整式中没有同类项时，直接代入计算，原式中的系数、指数及运算符号都不改变。但应注意，当字母的取值是分数或负数时，代入时，应将分数或负数添上符号.

[变式2] 先化简，再求值.

$3(2x^2y-3xy^2)-(xy^2-3x^2y)$，其中$x=\frac{1}{2}$，$y=-1$.

解：$3(2x^2y-3xy^2)-(xy^2-3x^2y)=(6x^2y-9xy^2)-xy^2+3x^2y$

$=6x^2y-9xy^2-xy^2+3x^2y=9x^2y-10xy^2$

∴当$x=\frac{1}{2}$，$y=-1$时，原式$=9\times(\frac{1}{2})^2\times(-1)-10\times\frac{1}{2}\times(-1)^2$

$=-\frac{9}{4}-5=-7\frac{1}{4}$.

●总结升华：解题的基本规律是先把原式化简为$9x^2y-10xy^2$，再代入求值，化简降低了运算难度，使计算更加简便，体现了化简为简，化难为易的转化思想.

[变式3] 求下列各式的值.

(1) $(2x^2-x-1)-(x^2-x-\frac{1}{3})+(3x^2-3\frac{1}{3})$，其中$x=1\frac{1}{2}$

(2) $2[mn+(-3m)]-3(2n-mn)$，其中$m+n=2$，$mn=-3$。

解析：(1) $2x^2-x-1)-(x^2-x-\frac{1}{3})+(3x^2-3\frac{1}{3})$

$=2x^2-x-1-x^2+x+\frac{1}{3}+3x^2-3\frac{1}{3}=4x^2-4$

当$x=1\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$时，原式$=4\times(\frac{3}{2})^2-4=9-4=5$

(2) $2[mn+(-3m)]-3(2n-mn)$

$=2mn-6m-6n+3mn=5mn-6(m+n)$

NO.

Date

当 $m+n=2$，$mn=-3$ 时

原式 $=5\times(-3)-6\times2=-27$。

考点五：整体思想的应用

【例 6】已知 x^2+x+3 的值为 7，求 $2x^2+2x-3$ 的值。

● 思路点拨：该题解答的技巧在于先求 x^2+x 的值，再整体代入求解，体现了数学中的整体思想。

解析：由题意得 $x^2+x+3=7$，所以 $x^2+x=4$，所以 $2(x^2+x)=8$，即 $2x^2+2x=8$，所以 $2x^2+2x-3=8-3=5$。

● 总结升华：整体思想就是在考虑问题时，不着眼于它的局部特征，而是将具有共同特征的某一项或某一类看成一个整体的数学思想方法。运用这种方法应从宏观上进行分析，抓住问题的整体结构和本质特征，全面关注条件和结论，加以研究、解决，使问题简单化。在中考中该思想方法比较常见，尤其在化简题中经常用到。

● 举一反三：

[变式1] 已知 $x^2+x-1=0$，求代数式 x^3+2x^2-7 的值。

分析：由题已知条件无法求出 x 的值，故考虑整体代入。

解析：$\because x^2+x-1=0$，$\therefore x^2=1-x$。

$\therefore x^3+2x^2-7=x(1-x)+2(1-x)-7=x-x^2+2-2x-7$

$=-x^2-x-5=(-x^2-x+1)-6=-6$。

[变式2] 当 $x=1$ 时，代数式 px^3+qx+1 的值为 2003，则当 $x=-1$ 时，代数式 px^3+qx+1 的值为（ ）

A. -2001　　B. -2002　　C. -2003　　D. 2001

分析：这是一道求值的选择题，显然 p，q 的值都不知道，仔细观察节目，不难

NO.

Date

发现所求的值与已知值之间的关系.

解析：当$x=1$时，$px^3+qx+1=p+q+1=2003$，而当$x=-1$时，$px^3+qx+1=-p-q+1$，可以把$p+q$看做一个整体，由$p+q+1=2003$得$p+q=2002$，于是$-p-q=-(p+q)=-2002$，所以原式$=-2002+1=-2001$。故选A。

[变式3] 已知$A=3x^3-2x+1$，$B=3x^2-2x+1$，$C=2x^2+1$，则下列代数式中化简结果为$3x^3-7x^2-2$的是（ ）

A. $A+B+2C$　　B. $A+B-2C$　　C. $A-B-2C$　　D. $A-B+2C$

分析：将A.B.C的式子分别代入A.B.C.D四个选项中检验，如：$A-B-2C=3x^3-2x+1-(3x^2-2x+1)-2(2x^2+1)=3x^3-2x+1-3x^2+2x-1-4x^2-2=3x^3-7x^2-2$。故选C.

答案：C

[变式4] 化简求值

(1) $3(a+b-c)+8(a-b-c)-7(a+b-c)-4(a-b-c)$，其中$b=2$

(2) 已知$a-b=2$，求$2(a-b)-a+b+9$的值.

分析：(1) 常规解法是先去括号，然后再合并同类项，但此题可将$a+b-c$，$a-b-c$分别视为一个"整体"，这样化简较为简便；(2) 若想先求出a、b的值，再代入求值，显然行不通，应视$a-b$为一个"整体"。

解析：(1) 原式$=3(a+b-c)-7(a+b-c)+8(a-b-c)-4(a-b-c)$

$=-4(a+b-c)+4(a-b-c)$

$=-4a-4b+4c+4a-4b-4c=-8b$.

因为$b=2$，所以原式$=-8\times2=-16$。

(2) 原式$=2(a-b)-(a-b)+9$

$=(a-b)+9$

因为$a-b=2$，所以原式$=2+9=11$.

NO.

Date

考点六：综合应用

【例7】已知多项式$3(ax^2+2x-1)-(9x^2+6x-7)$的值与x无关，试求$5a^2-2(a^2-3a+4)$的值。

● 思路点拨：要使某个单项式在整个式子中不起作用，一般是使此单项式的系数为0即可。

解析：$3(ax^2+2x-1)-(9x^2+6x-7)=3ax^2+6x-3-9x^2-6x+7=(3a-9)x^2+4$.

因为原式的值与x无关，故$3a-9=0$，所以$a=3$。

又因为$5a^2-2(a^2-3a+4)=5a^2-2a^2+6a-8=3a^2+6a-8$.

所以当$a=3$时，原式$=3\times3^2+6\times3-8=37$.

● 总结升华：解答此类题目一定要弄清题意，明确题目的条件和所求，当题目中的条件或所求发生了变化时，解题的方法也会有相应的变化。

● 举一反三：

[变式1] 当a($x\neq0$)为何值时，多项式$3(ax^2+2x-1)-(9x^2+6x-7)$的值恒等于4.

解析：$3(ax^2+2x-1)-(9x^2+6x-7)=3ax^2+6x-3-9x^2-6x+7=(3a-9)x^2+4$.

因为$(3a-9)x^2+4=4$，所以$(3a-9)x^2=0$。又因为$x\neq0$，故有$3a-9=0$，即$a=3$.

所以当$a=3$时，多项式$3(ax^2+2x-1)-(9x^2+6x-7)$的值恒等于4.

[变式2] 当$a=3$时，多项式$3(ax^2+2x-1)-(9x^2+6x-7)$的值为多少？

解析：$3(ax^2+2x-1)-(9x^2+6x-7)=3ax^2+6x-3-9x^2-6x+7$

$=(3a-9)x^2+4$，当$a=3$时，原式$=(3\times3-9)x^2+4=4$.

NO.
Date

第三章 一元一次方程

知识概念

1. 一元一次方程：

只含有一个未知数，并且未知数的次数是1，并且含未知数项的系数不是零的整式方程是$\boxed{一元一次方程}$。

2. 一元一次方程的标准形式：$\boxed{ax+b=0}$（x是未知数，a、b是已知数，且$a\neq0$）。

3. 一元一次方程解法的一般步骤：

整理方程……去分母……去括号……移项……合并同类项……系数化为1……（检验方程的解）

4. 列一元一次方程解应用题：

(1) 读题分析法……多用于"和、差、倍、分问题"

仔细读题，找出表示相等关系的关键字，例如："大，小，多，少，是，共，合，为，完成，增加，减少，配套……"，利用这些关键字列出文字等式，并且据题意设出未知数，最后利用题目中的量与量的关系填入代数式，得到方程。

(2) 画图分析法……多用于"行程问题"

利用图形分析数学问题是数形结合思想在数学中的体现，仔细读题，依照题意画出有关图形，使图形各部分具有特定的含义，通过图形找相等关系是解决问题的关键，从而取得布列方程的依据，最后利用量与量之间的关系（可把未知数看做已知量），填入有关的代数式是获得方程的基础。

5. 列方程解应用题的常用公式：

(1) 行程问题：距离＝速度·时间　　速度$=\dfrac{距离}{时间}$　　时间$=\dfrac{距离}{速度}$；

(2) 工程问题：工作量＝工效·工时　　工效$=\dfrac{工作量}{工时}$　　工时$=\dfrac{工作量}{工效}$

(3) 比率问题：部分＝全体·比率　　比率$=\dfrac{部分}{全体}$　　全体$=\dfrac{部分}{比率}$；

(4) 顺逆流问题：顺流速度＝静水速度＋水流速度，逆流速度＝静水速度－水流速度

NO.
Date

(5) 商品价格问题：售价 = 定价·折·占，利润 = 售价 - 成本，
利润率 = $\frac{售价-成本}{成本}\times 100\%$；

(6) 周长、面积、体积问题：$C_{圆}=2\pi R$，$S_{圆}=\pi R^2$，$C_{长方形}=2(a+b)$，
$S_{长方形}=ab$，$C_{正方形}=4a$，

$S_{正方形}=a^2$，$S_{环形}=\pi(R^2-r^2)$，$V_{长方体}=abc$，$V_{正方体}=a^3$，$V_{圆柱}=\pi R^2h$，$V_{圆锥}=\frac{1}{3}\pi R^2h$。

本章内容是代数学的核心，也是所有代数方程的基础。丰富多彩的问题情境和解决问题的快乐很容易激起对数学的乐趣，所以要注意从身边的问题研究起，进行有效的数学活动和合作交流，在主动学习、探究学习的过程中获得知识，提升能力，体会数学思想方法。

一元一次方程考点解析

考点一：一元一次方程的解

- 内容简介：一元一次方程的解是指使方程左右两边的值相等的未知数的值。
- 题例1：若关于x的一元一次方程 $\frac{2x-k}{3}-\frac{x-3k}{2}=1$ 的解是 $x=-1$，则k的值是（　）。

A. $\frac{2}{7}$　　B. 1　　C. $-\frac{13}{11}$　　D. 0

分析：将 $x=-1$ 代入方程得 $\frac{-2-k}{3}-\frac{-1-3k}{2}=1$，这是一个关于k的一元一次方程，解之可求得k的值。

解：将 $x=-1$ 代入原方程，得 $\frac{-2-k}{3}-\frac{-1-3k}{2}=1$，解这个关于k的一元一次方程：两边同时乘以6，去分母，得 $2(-2-k)-3(-1-3k)=6$，去括号，得 $-4-2k+3+9k=6$，解得 $k=1$，选B。

- 评注：解答与此有关的问题，一般将方程的解直接代入方程后，然后根据题目的要求，解决相关的问题。

NO.
Date

试一试：如果方程$5x-4=-3x+4$与$3(x+1)+4k=11$的解相同，求k的值.

考点二：一元一次方程的性质

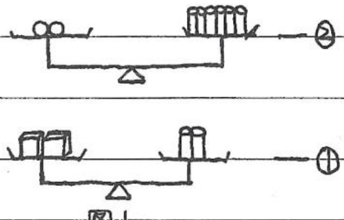


图1

● 内容简介：等式的性质有两个，(1)等式两边都加上(或减去)同个数(或式子)，结果仍是等式；(2)等式两边乘同一个数，或除以同一个不为0的数，结果仍是等式。

● 题例2：(2008年白银等九市)中央电视台2套《开心辞典》栏目中，有一期的题目如图1所示，两个天平都平衡，则与2个球体相等质量的正方体的个数为(　　)

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

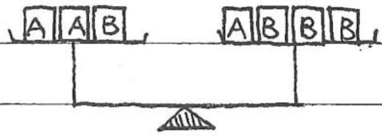


图2

解析：由图①两边同时乘以2.5知：5个正方形质量等于5个圆柱体质量；由图1可知：5个正方体质量与2个球体相等质量，故选A.

● 评注：天秤是天然的"等式"，它是展示等式性质的最佳实际模型，而等式性质又是数学中的最重要内容之一，因此以天平为背景，针对等式性质的考察，今后题型还将不断翻新，这或许是一个永恒的背景，希望同学们一起足够的重视。

试一试：(2008年西宁市)图2中标有相同字母的物体的质量相同，若A的质量为20克，当天平处于平衡状态时，B的质量为____克。

考点三：一元一次方程的解法

● 内容简介：解一元一次方程的一般步骤大致可分五步：

(1) 去分母；

(2) 去括号；

(3) 移项；

NO.

Date

(4) 合并同类项

(5) 将未知数的系数化为"1". 由于方程的形式不同, 解方程时, 不一定非按这样的顺序不可, 其中有些步骤也可能用不到, 要结合方程的特点灵活运用.

● 题例3：解方程 $5-\frac{x+1}{5}=x$.

分析：方程两边同时乘以最简公分母5, 然后按照解一元一次方程的一般步骤解答即可.

解：去分母, 得 $25-(x+1)=5x$, 去括号, 得 $25-x-1=5x$.

移项, 得 $-x-5x=-25+1$, 合并同类项, 得 $-6x=-24$.

两边都除以 -6, 得 $x=4$.

● 评注：本题在去分母时, 注意两点：①一是无分母的项不能漏乘；②二是含分母部分的分子应加括号.

试一试：解方程：$\frac{2}{3}(1-x)=\frac{x+2}{2}+1$.

考点四：一元一次方程综合

● 内容简介：与一元一次方程综合应用较多, 其中一类题目是利用定义的新运算, 转化为一元一次方程求解.

● 题例4：在有理数范围内定义一种运算"$*$", 其规则为 $a*b=a^2-b^2$, 根据这个规则, 方程 $(x+2)*5=0$ 的解为______.

分析：由新定义的运算规则, 先写出对应的方程, 再应用有理数平方的概念来求出方程的解.

解：因为 $a*b=a^2-b^2$, $(x+2)*5=0$, 所以 $(x+2)^2-5^2=0$, 即 $(x+2)^2=25$.

由有理数平方的概念知, $x+2=5$ 或 $x+2=-5$, 解得 $x=3$ 或 $x=-7$.

NO.

Date

●评注：解答此类问题的关键根据新运算写出相应的方程，本类题目是"形式化"数学的典型体现。

考点五：一元一次方程的应用

●内容简介：稍加分析不难得出，应用题的等量关系大致可以分4类：

(1) 根据语言直接翻译的数量关系，它包括题目中隐含的数量关系如行程问题中的"顺风中的速度＝静风中速度＋风速，逆风中的速度＝静风中速度－风速"；

(2) 基本数量关系：如单价×数量＝总价，1头牛1天吃的草×牛数×天数＝牛吃的草等等；

(3) 约定型数量关系

(4) 公式型数量关系．因此我们可以把应用题也分为4类，因为每类数量关系在分析应用时，方式方法有所不同，因此我们在此通过分别说明．

●题例5：在汶川地震救灾中，甲处有91名解放军战士，乙处有49名解放军战士，现又调来100名战士支援，使甲处的人数是乙处人数的3倍少12人①，应往甲、乙两处各调多少名战士？

分析：本题直接翻译型数量关系有"分配后甲处的人数＝分配后乙处人数×3－12；"另外还有隐含型数量关系"分配后甲处人数＝甲处原有人数＋甲处分得人数"和"分配后乙处人数＝乙处原有人数＋乙处分得人数，"以及"甲处分得人数＋乙处分得人数＝100．"

解：设往甲处调x名解放军战士，依题意，得$91+x=147+300-3x-12$．

解这个方程，得$x=86$，$\therefore 100-x=14$．

答：应往甲处调86名战士，往乙处调14名战士．

NO.
Date

● 评注：(1)直接翻译型数量关系通常可以根据数学的关键词类似大、小、多、少、共、差等确定；(2)情境中隐含的数量关系我们也把它列为直接翻译型数量关系.

● 题例6：一架战斗机的贮油量最多够它在空中飞行4.6h. 飞机出航时顺风飞行. 在静风中的速度是575 km/h. 风速25 km/h. 这架飞机最多能飞出多少千米就应返回？

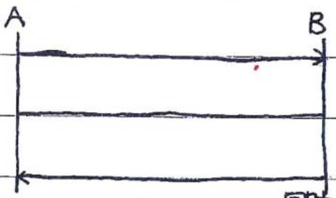


图3

分析：本题中的基本数量关系是"速度×时间＝路程"；因为是行程问题所以需画飞机飞行的过程图如图3. 另外. 除了直接翻译的数量关系"去时时间＋回时时间＝4.6"等. 还有的隐含数量关系"顺风中的速度＝静风中速度＋风速. 逆风中的速度＝静风中速度－风速". 由此. 可列表如下：

	速度	时间	路程
去时	575+25	x÷(575+25)	x
回时	575−25	x÷(575−25)	x

解：设这架飞机最远飞出x km就应返回.

依题意，有$\frac{x}{575+25}+\frac{x}{575-25}=4.6$. 解得$x=1320$.

答：这架飞机最远飞出1320km就应返回.

● 评注：因为基本数量关系在应用题中一般要用若干次. 因此利用列表进行分析. 条理清楚. 特别是在问题复杂、数据较多的情境时. 另外. 行程问题画过程图对于理解题意非常有帮助.

● 题例7：某商品的进价是2000元. 标价为3000元. 商店要求以利润率不低于5%的售价打折出售. 售货员最低可以打几折出售此商品？

分析：若设打x折出售. 则有数量关系"$\frac{x}{10}=\frac{现在售价}{标价}$". 结合约定的数量关系

NO.

Date · ·

"利润率 $=\frac{商品利润}{商品进价}$"、"商品利润 = 商品售价 − 商品进价"可得方程.

解：设售货员最低可以打x折出售此商品，由题意，得 $\frac{x}{10}=\frac{2000\times5\%+2000}{3000}$，整理，得 $3000x=2100$，解得 $x=70\%$.

答：售货员最低可以打7折出售此商品.

●评注：像本题中的约定数量关系，常见的还有利息问题等，在应用时：(1)要准确追忆相应的数量关系；(2)注意分析已知量与未知量.

●题例8：一个圆柱形水桶，底面半径为11 cm，高25 cm，将满桶的水倒入底面长30cm，宽20cm的长方体容器，问此长方体容器的高度至少要多少才不溢出水（π取3.14，结果精确到0.1cm）？

分析：本题首先要追忆相应的数学公式：圆柱的体积公式是：圆柱体积 $=\pi r^2h$；长方体体积 = 长 × 宽 × 高，利用数量关系"圆柱形容器积 = 长方体器容积"建立方程即可。

解：设长方体容器的高为x cm，依题意，有 $30\times20x=25\pi\times11^2$.

解方程，得 $x=\frac{121\pi}{24}\approx15.9$ cm.

答：长方体容器的高至少需要15.9cm.

●评注：在初中阶段公式型的数量关系，主要涉及周长，面积，体积公式，分析和应用方法类似于约定型数量关系.

试一试：

1. 某居民生活用电基本价格为每度0.46元，若每月的用电量超出a度，超出部分按基本电价的70%收费.

(1)某户五月份用电84度，共交电费30.72元，求a.

(2)若该户六月份的电费平均为每度0.36元，求该用户六月份共用电多少度？应交电费多少元？

NO.
Date

第四章 图形的认识初步

本章的主要内容是图形的初步认识，从生活周围熟悉的物体入手，对物体的形状的认识从感性逐步上升到抽象的几何图形。

通过从不同方向看立体图形和展开立体图形，初步认识立体图形与平面图形的联系。在此基础上，认识一些简单的平面图形——直线、射线、线段和角。

本章节涉及的数学思想：

1. 分类讨论思想

在过平面上若干个点画直线时，应注意对这些点分情况讨论；在画图形时，应注意图形的各种可能性。

2. 方程思想

在处理有关角的大小，线段大小的计算时，常需要通过列方程来解决。

3. 图形变换思想

在研究角的概念时，要充分体会对射线旋转的认识。在处理图形时应注意转化思想的应用，如立体图形与平面图形的互相转化。

4. 化归思想

在进行直线、线段、角以及相关图形的计算时，总要化归到公式 $n(n-1)/2$ 的具体运用上来。

NO.

Date . .

图形的初步认识复习纲要

直线、射线、线段

1. 基本概念

	直线	射线	线段
图形			
端点个数	无	一个	两个
表示法	直线a 直线AB(BA)	射线AB	线段a 线段AB(BA)
作法描述	作直线AB; 作直线a	作射线AB	作线段a; 作线段AB; 连接AB
延长描述	不能延长	反向延长射线AB	延长线段AB; 反向延长线段BA

2. 直线的性质

经过两点有一条直线，并且只有一条直线。

简单地：两点确定一条直线。

3. 画一条线段等于已知线段

(1) 度量法

(2) 用尺规作图法

4. 线段的大小比较方法

(1) 度量法　(2) 叠合法

NO.

Date

5. 线段的中点(二等分点)、三等分点、四等分点等

定义：把一条线段平均分成两条相等线段的点。

图形：

符号：若点M是线段AB的中点，则AM=BM=AB，AB=2AM=2BM.

6. 线段的性质

两点的所有连线中，线段最短。简单地：两点之间，线段最短。

7. 两点的距离

连接两点的线段长度叫做两点的距离。

8. 点与直线的位置关系

(1)点在直线上

(2)点在直线外

角

1. 角：由公共端点的两条射线所组成的图形叫做$\boxed{角}$.

2. 角的表示法(四种)：

3. 角的度量单位及换算

4. 角的分类

$\angle\beta$	锐角	直角	钝角	平角	周角
范围	$0<\angle\beta<90^\circ$	$\angle\beta=90^\circ$	$90^\circ<\angle\beta<180^\circ$	$\angle\beta=180^\circ$	$\angle\beta=360^\circ$

NO.

Date

5.角的比较方法

(1) 度量法

(2) 叠合法

6. 角的和.差.倍.分及其近似值.

7.画一个角等于已知角

(1) 借助三角尺能画出15°的倍数的角.在0°—180°之间共能画出11个角。

(2) 借助量角器能画出给定度数的角.

(3).用尺规作图法.

8. 角的平分线

定义:从一个角的顶点出发,把这个角分成相等的两个角的射线叫做角的平分线.

9. 互余、互补

(1) 若$\angle 1+\angle 2=90°$,则$\angle 1$与$\angle 2$互为余角。其中$\angle 1$是$\angle 2$的余角.$\angle 2$是$\angle 1$的余角.

(2).若$\angle 1+\angle 2=180°$.则$\angle 1$与$\angle 2$互为补角。其中$\angle 1$是$\angle 2$的补角.$\angle 2$是$\angle 1$的补角.

(3) 余(补)角的性质:等角的补(余)角相等。

10. 方向角

(1) 正方向

(2) 北(南)偏东(西)方向

(3) 东(西)北(南)方向

NO.
Date

七年级数学(下)知识点

七年级数学下册主要包括相交线与平行线、平面直角坐标系、三角形、二元一次方程组、不等式与不等式组和数据的收集、整理与表述六章内容。

第一章 相交线与平行线

知识概念

1、邻补角：两条直线相交所构成的四个角中，有公共顶点且有一条公共边的两个角是邻补角。

2.对顶角：一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线，像这样的两个角互为对顶角。

3.垂线：两条直线相交成直角时，叫做互相垂直，其中一条叫做另一条的垂线。

4.平行线：在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线。

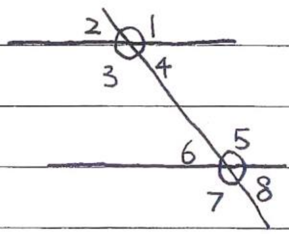
5.同位角、内错角、同旁内角：

两条直线被第三条直线所截所形成的八个角中，有四对同位角，两对内错角，两对同旁内角。

同位角：∠1与∠5像这样具有相同位置关系的一对角叫做同位角。

内错角：∠4与∠6像这样的一对角叫做内错角。

同旁内角：∠4与∠5像这样的一对角叫做同旁内角。



6.命题：判断一件事情的语句叫命题。

7.平移：

在平面内，将一个图形沿某个方向移动一定的距离，图形的这种移动叫做平移变换，简称平移。

8.对应点

平移后得到的新图形中每一点，都是由原图形中的某一点移动后得到的，这样的两个点

NO.
Date

叫做$\boxed{\text{对应点}}$.

9. 定理与性质

对顶角的性质：对顶角相等.

10. 垂线的性质：

性质1：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.
性质2：连接直线外一点与直线上各点的所有线段中，垂线段最短.

11. 平行公理：

经过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行.

平行公理的推论：

如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行.

12. 平行线的性质：

性质1：两直线平行，同位角相等.
性质2：两直线平行，内错角相等.
性质3：两直线平行，同旁内角互补.

13. 平行线的判定：

判定1：同位角相等，两直线平行.
判定2：内错角相等，两直线平行.
判定3：同旁内角互补，两直线平行.

本章了解在平面内不重合的两条直线相交与平行的两种位置关系，研究了两条直线相交时的形成的角的特征，两条直线互相垂直所具有的特性，两条直线平行的长期共存条件和它所有的特征以及有关图形平移变换的性质，利用平移设计一些优美的图案.

重点：

垂线和它的性质，平行线的判定方法和它的性质，平移和它的性质，以及这些的组织运用.难点：探索平行线的条件和特征，平行线条件与特征的区别，运用平移性质探索图形之间的平移关系，以及进行图案设计.

NO.
Date

平行线与相交线考点剖析

考点一：互余与互补

【例1】（内江市）一个角的余角比它的补角的$\frac{1}{2}$少20°，则这个角为（　　）

A. 30°　　B. 40°　　C. 60°　　D. 75°

• 分析：若设这个角为x，则这个角的余角是$90°-x$，补角是$180°-x$，于是构造出方程即可求解。

• 解：设这个角为x，则这个角的余角是$90°-x$，补角是$180°-x$。

则根据题意，得$\frac{1}{2}(180°-x)-(90°-x)=20°$，解得：$x=40°$，故应选B。

• 说明：处理有关互为余角与互为补角的问题，除了要弄清楚它们的概念，通常情况下不要引进未知数，构造方程求解。

考点二：平行线的性质与判定

【例2】已知：如图1，$l_1 \parallel l_2$，$\angle 1=50°$，则$\angle 2$的度数为（　　）

A. 135°　　B. 130°　　C. 50°　　D. 40°

• 分析：要求$\angle 2$的度数，由$l_1 \parallel l_2$可知$\angle 1+\angle 2=180°$，于是由$\angle 1=50°$，即可求解。

• 解：因为$l_1 \parallel l_2$，所以$\angle 1+\angle 2=180°$，

又因为$\angle 1=50°$，所以$\angle 2=180°-\angle 1=180°-50°=130°$，故应选B。

• 说明：本题是运用两条直线平行，同旁内角互补求解。

【例3】如图2，已知直线$l_1 \parallel l_2$，$\angle 1=40°$，那么$\angle 2=$ ______ 度。

• 分析：如图2，要求$\angle 2$的大小，只要能求出$\angle 3$，此时由直线$l_1 \parallel l_2$，得$\angle 3=\angle 1$即可求解。

• 解：因为$l_1 \parallel l_2$，$\angle 1=40°$，所以$\angle 1=\angle 3=40°$。

又因为$\angle 2=\angle 3$，所以$\angle 2=40°$，故应填上40°。

• 说明：本题在求解过程中运用了两条直线平行，同位角相等求解。

NO.

Date

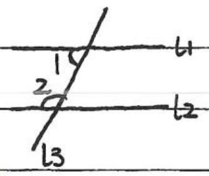


图1

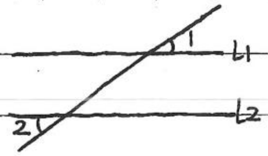
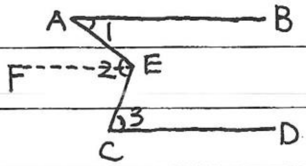


图2



【例4】如图3. 已知AB∥CD. ∠1=30°. ∠2=90°. 则∠3等于(　　)

A. 60°　　B. 50°　　C. 40°　　D. 30°

分析：要求∠3的大小. 为了能充分运用已知条件. 可以过∠2的顶点作EF∥AB, 由有∠1=∠AEF. ∠3=∠CEF. 再由∠1=30°. ∠2=90°求解.

● 解：如图3. 过∠2的顶点作EF∥AB. 所以∠1=∠AEF.

又因为AB∥CD, 所以EF∥CD. 所以∠3=∠CEF.

而∠1=30°. ∠2=90°. 所以∠3=90°−60°=30°. 故应选A.

● 说明：本题在求解时连续两次运用了两条直线平行, 内错角相等求解.

【例5】如图4. AB∥CD, 直线EF分别交AB. CD于E. F两点, ∠BEF的平分线交CD于点G. 若∠EFG=72°. 则∠EGF等于(　　)

A. 36°　　B. 54°　　C. 72°　　D. 108°

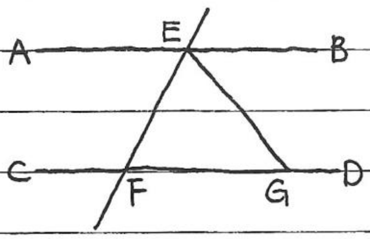


图4

● 分析：要求∠EGF的大小, 由于AB∥CD, 则有∠BEF+∠EFG=180°. ∠EGF=∠BEG, 而EG平分∠BEF. ∠EFG=72°, 所以可以求得∠EGF=54°

NO.

Date

●解：因为AB∥CD，所以∠BEF+∠EFG=180°，∠EGF=∠BEG，

又因为EG平分∠BEF，∠EFG=72°，所以∠BEG=∠FEG=54°，故应选B.

●说明：求解有关平行线中的角度问题，只要能熟练掌握平行线的有关知识，灵活运用对顶角、角平分线等知识就能简洁获解.

考点三：尺规作图

【例6】已知角α和线段c如图5所示，求作等腰三角形ABC，使其底角∠B=α，腰长AB=c，要求仅用直尺和圆规作图，写出作法，并保留作图痕迹.

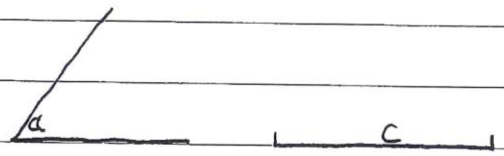


图5

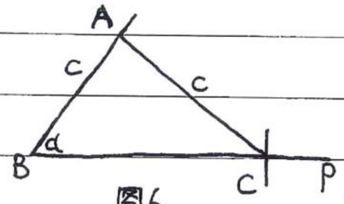


图6

●分析：要作等腰三角形ABC，使其底角∠B=α，腰长AB=c，可以先作出底角∠B=α，再在底角的一边截取BA=c，然后以点A为圆心，线段c为半径作弧交BP于点C，即得.

●作法：(1) 作射线BP，再作∠PBQ=∠α；

(2) 在射线BQ上截取BA=c；

(3) 以点A为圆心，线段c为半径作弧交BP于点C；

(4) 连接AC，则△ABC为所求，如图6.

【例7】如图7，已知∠AOB和射线O'B'，用尺规作图法作∠A'O'B'=∠AOB.

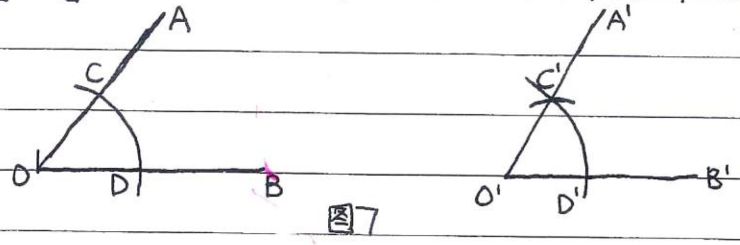


图7

NO.

Date

•分析：只要再过点O'作一条射线O'A'，使得∠A'O'B'=∠AOB即可.

•作法：(1)以O为圆心，任意长为半径，画弧，交OA，OB于点C，D；

(2)以O'为圆心，同样长为半径画弧，交O'B'于点D'；

(3)以D'为圆心，CD长为半径画弧与前弧交于点C'；

(4)过点O'C'作一条射线O'A'，如图7中的∠A'O'B'即为所求作.

•说明：在实际答题时，根据题目的要求只要保留作图的痕迹即可.

NO.

Date

第二章 平面直角坐标系

知识概念

1.有序数对：有顺序的两个数a与b组成的数对叫做有序数对.记做(a,b)

2.平面直角坐标系：在平面内,两条互相垂直且有公共原点的数轴组成平面直角坐标系。

3.横轴,纵轴,原点：水平的数轴称为x轴或横轴;竖直的数轴称为y轴或纵轴;两坐标轴的交点为平面直角坐标系的原点.

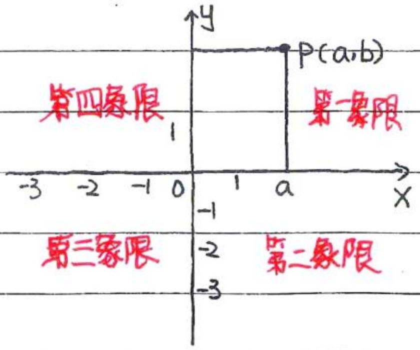
4.坐标：对于平面内任一点P,过P分别向x轴,y轴作垂线,垂足分别在x轴,y轴上,对应的数a,b分别叫点P的横坐标和纵坐标。

5.象限：两条坐标轴把平面分成四个部分,右上部分叫第一象限,按逆时针方向依次叫第二象限,第三象限,第四象限。坐标轴上的点不在任何一个象限内。

平面直角坐标系是数轴由一维到二维的过渡,同时它又是学习函数的基础,起到承上启下的作用。另外,平面直角坐标系将平面内的点与数结合起来,体现了数形结合的思想。掌握本节内容对以后学习和生活有着积极的意义.

平面直角坐标系知识点剖析

1.坐标平面上的任意一点P的坐标,都和惟一的一对有序实数对(a,b)一一对应;其中,a为横坐标,b为纵坐标;



3.x轴上的点,纵坐标等于0;y轴上的点,横坐标等于0;坐标轴上的点不属于任何象限;

4.四个象限的点的坐标具有如下特征:

第一象限:(+,+)点P(x,y),则$x>0$,$y>0$;

第二象限:(-,+)点P(x,y),则$x<0$,$y>0$;

NO.

Date . .

第三象限：(－，－)点P(x，y)，则x<0，y<0；

第四象限：(＋，－)点P(x，y)，则x>0，y<0；

四个象限的特点：

第一象限(正，正)，第二象限(负，正)，第三象限(负，负)，第四象限(正，负)。

在x轴上：(x，0)点P(x，y)，则y=0；

在x轴的正半轴：(＋，0)点P(x，y)，则x>0，y=0；

在x轴的负半轴：(－，0)点P(x，y)，则x<0，y=0；

在y轴上：(0，y)点P(x，y)，则x=0；

在y轴的正半轴：(0，＋)点P(x，y)，则x=0，y>0；

在y轴的负半轴：(0，－)点P(x，y)，则x=0，y<0；

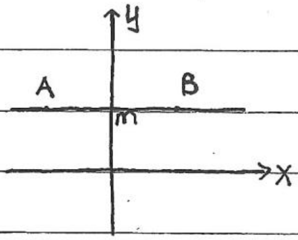
坐标原点：(0，0)点P(x，y)，则x=0，y=0；

5、在平面直角坐标系中，已知点P(a，b)，则

(1)点P到x轴的距离为|b|；　　(2)点P到y轴的距离为|a|；

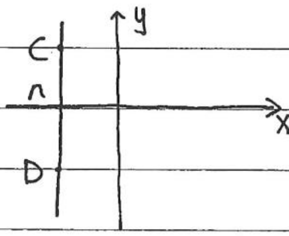
6、平行直线上的点的坐标特征：

a) 在与x轴平行的直线上，所有点的纵坐标相等；



点A、B的纵坐标都等于m；

b) 在与y轴平行的直线上，所有点的横坐标相等；



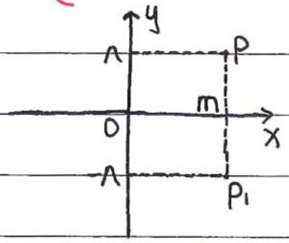
点C、D的横坐标都等于n；

7. 对称点的坐标特征：

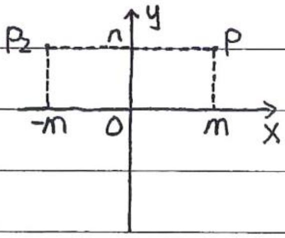
a) 点 $P(m,n)$ 关于 x 轴的对称点为 $P_1(m,-n)$，即横坐标不变，纵坐标互为相反数；

b) 点 $P(m,n)$ 关于 y 轴的对称点为 $P_2(-m,n)$，即纵坐标不变，横坐标互为相反数；

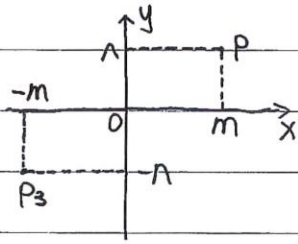
c) 点 $P(m,n)$ 关于原点的对称点为 $P_3(-m,-n)$，即横、纵坐标都互为相反数；



关于x轴对称



关于y轴对称

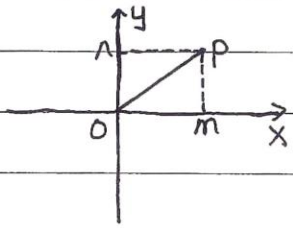


关于原点对称

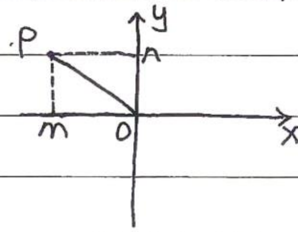
8. 两条坐标轴夹角平分线上的点的坐标的特征：

a) 若点 $P(m,n)$ 在第一、三象限的角平分线上，则 $m=n$，即横、纵坐标相等；

b) 若点 $P(m,n)$ 在第二、四象限的角平分线上，则 $m=-n$，即横、纵坐标互为相反数；



在第一、三象限的角平分线上



在第二、四象限的角平分线上

9. 象限角的平分线：

第一、三象限角平分线上的点横、纵坐标相等，可记作：$\boxed{P(m,m)}$

点 $P(a,b)$ 关于第一、三象限坐标轴夹角平分线的对称点坐标为 $\boxed{(b,a)}$

第二、四象限角平分线上的点横纵坐标互为相反数，可记作：$\boxed{P(m,-m)}$

点 $P(a,b)$ 关于第二、四象限坐标轴夹角平分线的对称点坐标是 $\boxed{(-b,-a)}$

NO.

Date

10. 点的平移：

在平面直角坐标系中，将点(x,y)向右平移a个单位长度，可以得到对应点$(x+a,y)$；

将点(x,y)向左平移a个单位长度，可以得到对应点$\boxed{(x-a,y)}$；

将点(x,y)向上平移b个单位长度，可以得到对应点$\boxed{(x,y+b)}$；

将点(x,y)向下平移b个单位长度，可以得到对应点$\boxed{(x,y-b)}$.

注意：对一个图形进行平移，这个图形上所有点的坐标都要发生相应的变化；反过来，从图形上点的坐标的加减变化，我们也可以看出对这个图形进行了怎样的平移。

平移口诀："左+右-、上+下-"（左加右减，上加下减）

NO.

Date

第三章 三角形

知识概念

1. 三角形：由不在同一直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做$\boxed{三角形}$。

2. 三边关系：三角形任意两边的和大于第三边，任意两边的差小于第三边。

3. 高：从三角形的一个顶点向它的对边所在直线作垂线，顶点和垂足间的线段叫做三角形的$\boxed{高}$。

4. 中线：在三角形中，连接一个顶点和它的对边中点的线段叫做三角形的$\boxed{中线}$。

5. 角平分线：三角形的一个内角的平分线与这个角的对边相交，这个角的顶点和交点之间的线段叫做三角形的$\boxed{角平分线}$。

6. 多边形：在平面内，由一些线段首尾顺次相接组成的图形叫做$\boxed{多边形}$。

7. 多边形的内角：多边形相邻两边组成的角叫做它的$\boxed{内角}$。

多边形内角和定理：

n边形的内角的和等于：$\boxed{(n-2)\times180^\circ}$

则正多边形各内角度数为：$\boxed{(n-2)\times180^\circ\div n}$

多边形内角和定理证明：

- 证法1：在n边形内任取一点O，连接O与各个顶点，把n边形分成n个三角形。
  因为这n个三角形的内角的和等于$n\cdot180^\circ$，以O为公共顶点的n个角的和是360°
  所以n边形的内角和是$n\cdot180^\circ-2\times180^\circ=(n-2)\cdot180^\circ$
  即n边形的内角和等于$(n-2)\times180^\circ$。
- 证法二：连接多边形的任一顶点A_1与其他各个顶点的线段，把n边形分成$(n-2)$个三角形。
  因为这$(n-2)$个三角形的内角和都等于$(n-2)\cdot180^\circ$。
  所以n边形的内角和是$(n-2)\cdot180^\circ$。

NO:

Date

●证法三：在n边形的任意一边上任取一点P，连接P点与其它各顶点的线段可以把n边形分成(n-1)个三角形.

这(n-1)个三角形的内角和等于(n-1)·180°

以P为公共顶点的(n-1)个角的和是180°

8. 多边形的外角和.

$\boxed{\text{外角和} = N*180-(N-2)*180=360\text{度}}$.

注：在不考虑角度方向的情况下，以上所述的N边形仅为任意"凸"多边形。当考虑角度方向的时候，上面的论述也适合凹多边形.

9. 多边形的对角线：连接多边形不相邻的两个顶点的线段，叫做多边形的对角线.

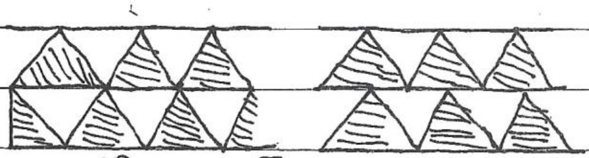
10. 正多边形：在平面内，各个角都相等，各条边都相等的多边形叫做正多边形.

11. 平面镶嵌：用一些不重叠摆放的多边形把平面的一部分完全覆盖，叫做用多边形覆盖平面.

★镶嵌的一个关键点是：在每个公共顶点处，各角的和是360°

1. 全等的任意三角形能镶嵌平面.

把一些纸整齐地叠放好，用剪刀一次即可剪出多个全等的三角形，用这些全等的三角形可镶嵌平面。这是因为三角形的内角和是180°，用6个全等的三角形即可镶嵌出一个平面。如图1，用全等的三角形镶嵌平面，镶嵌的方法不止一种，如图2.



(1) 图2 (2)

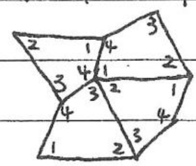


图3

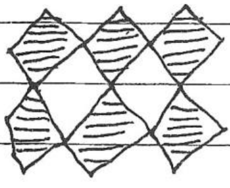


图4

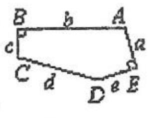


图5

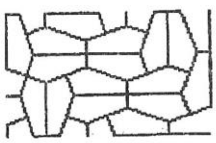


图6

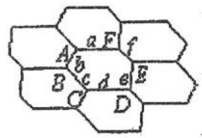


图7

NO.

Date

2. 全等的任意三角形能镶嵌平面.

仿上面的方法可剪出多个全等的四边形,用它们可镶嵌平面。这是因为四边形的内角和是360°,用4个全等的四边形即可镶嵌出一个平面.如图3.其实四边形的平面镶嵌可看成是用两类全等的三角形进行镶嵌.如图4.

3. 全等的特殊五边形可镶嵌平面.

圣地亚哥一位家庭妇女,五个孩子的母亲玛乔里·赖斯,对平面镶嵌有很深的研究,尤其对五边形的镶嵌提出了很多前所未有的结论。1968年克什纳断言只有8类五边形能镶嵌平面,可是玛乔里·赖斯后来又找到了5类五边形能镶嵌平面.在图5的五边形ABCDE中,$\angle B=\angle E=90°$,$2\angle A+\angle D=2\angle C+\angle D=360°$,$a=e$,$a+e=d$.图6是她于1977年12月找到的一种用此五边形镶嵌的方法.用五边形镶嵌平面,是否只有13类,还有待研究.

4. 全等的特殊六边形可镶嵌平面

1918年,莱茵哈特证明了只有3类六边形能镶嵌平面,图7是其中之一.在图7的六边形ABCDEF中,$\angle A+\angle B+\angle C=360°$,$a=d$.

5. 七边形或多于七边的凸多边形,不能镶嵌平面.

★只有正三角形,正方形和正六边形可镶嵌平面,用其它正多边形不能镶嵌平面.

例如:用正三角形和正六边形的组合进行镶嵌,设在一个顶点周围有m个正三角形的角,有n个正六边形的角,由于正三角形的每个角是60°,正六边形的每个角是120°,所以有:$m\cdot 60°+n\cdot 120°=360°$,即$m+2n=6$.

这个方程的正整数解

$$\begin{cases} m=4 \\ n=1 \end{cases} \text{或} \begin{cases} m=2 \\ n=2 \end{cases}$$

可见用正三角形和正六边形镶嵌,有两种类型:①一种是在一个顶点的周围有4个正三角形和1个正六边形;②另一种是在一个顶点的周围有2个正三角形和2个正六边形.

NO.

Date . .

12. 公式与性质

三角形的内角和：三角形的内角和为180°.

三角形外角的性质：

性质1：三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和.

性质2：三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角.

多边形内角和公式：n边形的内角和等于$(n-2)\cdot 180^\circ$

多边形的外角和：多边形的内角和为360°.

多边形对角线的条数：

(1) 从n边形的一个顶点出发可以引$(n-3)$条对角线，把多边形分词$(n-2)$个三角形.

(2) n边形共有$\frac{n(n-3)}{2}$条对角线.

三角形是初中数学中几何部分的基础图形，在学习过程中，教师应该多鼓励学生动脑动手，发现和探索其中的知识奥秘。注重培养学生正确的数学情操和几何思维能力.

NO.

Date

三角形复习笔记

知识点梳理

三角形的定义：由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形。

三角形的分类：

三角形（按角分）：锐角三角形、直角三角形、钝角三角形

三角形（按边分）：不等边三角形、等腰三角形（等边三角形）

三角形的三边关系：

三角形任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边。

三角形的重要线段：

①三角形的中线：顶点与对边中点的连线，三条中线交点叫重心

②三角形的角平分线：内角平分线与对边相交，顶点和交点间的线段，三个角的角平分线的交点叫内心

③三角形的高：顶点向对边作垂线，顶点和垂足间的线段，三条高的交点叫垂心（分锐角三角形，钝角三角形和直角三角形的交点的位置不同）三角形具有稳定性

三角形的内角和定理及性质

定理：三角形的内角和等于180°.

推论1：直角三角形的两个锐角互补.

推论2：三角形的一个外角等于不相邻的两个内角的和.

推论3：三角形的一个外角大于与它不相邻的任何一个内角。

多边形的外角和恒为360°.

NO.

Date

典例分析

【例1】AD、AF分别是△ABC的高和角平分线，已知∠B=36°，∠C=76°，则∠DAF=___度。

[分析] 本题主要考查对三角形主要线段的理解及运用三角形有关知识探求角的大小能力，思路有两条。

其一：由于∠DAF=∠CAF−∠CAD，∴需先求∠CAF和∠CAD的大小；
其二：AD是△ABC的高，∴∠DAF=90°−∠AFD，故需先求∠AFD。

下面便是思路二的解：

∵∠B=36°，∠C=76°，∴∠BAC=180°−(36°+76°)=68°。

∵AF是△ABC的角平分线，∴∠BAF=34°，∴∠AFD=∠B+∠BAF=70°；

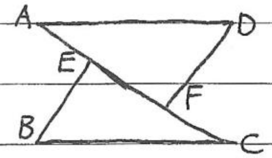
∵AD是△ABC的高，∴∠DAF=90°−∠AFD=90°−70°=20°。

[点评] 解答本题常见错误是不能综合运用三角形的高和角平分线的概念、内角和定理及其推论等有关知识，从而找不到所求角与已知角之间的关系。

(1) 在解决"空间与图形"问题时，寻找角与角之间的关系常为解题关键，而在这种关系中较难出现的是三角形的内、外角关系，一是面对错综复杂的图形不易觉察到它，二是不易断定它，要判断一个角是不是某三角形的外角，必须紧紧抓住外角的概念，即这个角的一边必须是三角形的一边，另一边是三角形另一边的反向延长线。

(2) 做题时要善于从图形中看出几何元素的多重身份，如∠AFD，它既是Rt△AFD的内角，又是△ABF的外角；再如∠DAF，它既是Rt△AFD的内角，又是△CAF与△CAD的差角。解题中从不同角度观察，不但会发现题目中的隐含关系，而且解题的思路会更加广阔。

【例2】如图5−7，在△AFD和△BEC中，点A、E、F、C在同一条直线上，有下面四个推断：



(1) AD=BC　　(2) AE=CF

(3) ∠B=∠D　　(4) AD∥BC

NO.

Date

请用其中三个作为条件.余下的一个作为结论.编一道数学问题,并写解答过程.

[分析]本题考查学生的推断能力.先要弄清题意.题目给出四个推断.按要求我们可以从中取出三个作为条件.余下的一个作为结论.一般说来.证明相等关系较之证明平行关系容易些.所以可将前三个推断中的一个作为结论.但关键是要考虑能否由条件推出结论.

[解答]已知:$AE=CF$. $\angle B=\angle D$. $AD\parallel BC$.

求证:$AD=BC$

证明:$\because AE=CF$. $\therefore AE+EF=CF+EF$. 即$AF=CE$.

$\because AD\parallel BC$. $\therefore \angle A=\angle C$. 又$\because \angle B=\angle D$. $\therefore \triangle ADF\cong\triangle CBE$. $\therefore AD=BC$

[点评]解答本题常见错误是直接选取前三个推断作为条件.这时在$\triangle ADF$和$\triangle CBE$中.有两边及某一边的对角相等.仍不能判定这两个三角形全等.然而却有给出全等判定的.

在今后的中考中.需大篇幅证明的试题将会少见.主要考查是否能正确掌握有关的知识与技能。在解答关于三角形全等的问题中.应注意以下几点:

(1)在判定三角形全等的三个对应元素中.至少有一个元素是边.

(2)在判定两个三角形全等时.应注意知识运用的准确性.如"ASA"中.这个角必须是夹角.否则就不能判定两个三角形全等了.

(3)要特别注意"对应"两字的含义.

(4)寻找两个三角形全等的条件时.要关注题目中的隐含条件.如公共边.公共角.对顶角等.

【例3】在如图5-8的方格纸中.每个小方格都是边长为1的正方形.点A.B是方格纸中的两个格点(即正方形的顶点).在这个5x5的方格纸中.找出格点C.使$\triangle ABC$的面积为2个平方单位.则满足条件的格点C的个数是(　)个.

(A)5　　(B)4　　(C)3　　(D)2

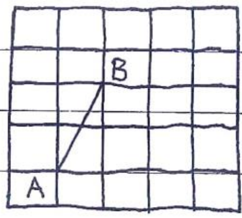


图5-8

NO.
Date

[分析] 本题考查学生在方格中灵活运用相关知识分析问题解决问题的能力.当格点三角形(即三个顶点均为格点的三角形)至少有一条边在方格纸的横(竖)线上时,这条边长和这条边上的高均为整数. $\because \frac{1}{2}\times2\times2=2$ 或 $\frac{1}{2}\times1\times4=2$,

$\therefore$ 可据此找出C点.但是这样找出的C点完全吗?

$\because \frac{1}{2}\times2\times2=2$ $\therefore$ 图5-9中的点 C_1、C_2、C_3 是满足条件的点;

$\because \frac{1}{2}\times1\times4=2$ $\therefore$ 图5-9中的点 C_4 是满足条件的点;作直线 C_2C_3,它经过格点 C_5.

$\because \triangle ABC_2$ 和 $\triangle ABC_5$ 等底等高,

$\therefore C_5$ 也满足条件.故本题应选(A).

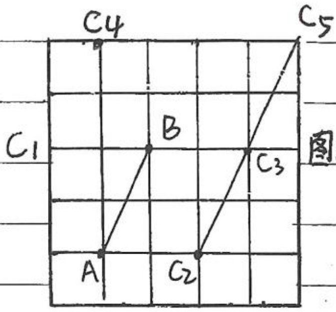


图5-9

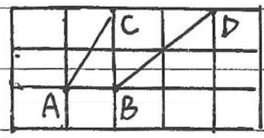


图5-10

[点评] 解答本题常见错误:考虑问题不缜密,找不全满足条件的格点C;其二是,寻求的依据只有一条,就是面积公式,而忽略了"等底等高的两个三角形的面积相等",不知可过已找出的点作AB的平行线.

近几年,关于以格点为顶点的多边形面积问题经常出现于中考中,这样的问题也有两类,其一①:如本例那样,在方格纸上找出面积为已知的图形(尤其是格点三角形),而且本例也展示出解决这类问题的两条依据;其二②:计算方格纸中的多边形的面积,计算时,常常要将多边形的面积计算转化为至少有一条边在方格纸的横(竖)线上的格点三角形的面积计算.

NO.

Date · ·

第四章 二元一次方程组

知识概念

1.二元一次方程：含有两个未知数，并且未知数的指数都是1，像这样的方程叫做二元一次方程，一般形式是$ax+by=0$（$a\neq0$，$b\neq0$）。

2.二元一次方程组：把两个二元一次方程合在一起，就组成了一个二元一次方程组。

3.二元一次方程的解：一般地，使二元一次方程两边的值相等的未知数的值叫做二元一次方程组的解。

4.二元一次方程组的解：一般地，二元一次方程组的两个方程的公共解叫做二元一次方程组。

5.消元：将未知数的个数由多化少，逐一解决的想法，叫做消元思想。

6.代入消元：将一个未知数用含有另一个未知数的式子表示出来，再代入另一个方程，实现消元，进而求得这个二元一次方程组的解，这种方法叫做代入消元法，简称代入法。

7.加减消元法：当两个方程中同一未知数的系数相反或相等时，将两个方程的两边分别相加或相减，就能消去这个未知数，这种方法叫做加减消元法，简称加减法。

本章通过实例引入二元一次方程，二元一次方程组以及二元一次方程组的概念，培养对概念的理解和完整性和深刻性，掌握好二元一次方程组的两种解法。

重点：二元一次方程组的解法，列二元一次方程组解决实际问题。

难点：二元一次方程组解决实际问题。

NO.

Date . .

二元一次方程组解题技巧

一般解法，消元：将方程组中的未知数个数由多化少，逐一解决。

消元的方法有两种：

代入消元法：

【例】解方程组 $x+y=5$ ①

$6x+13y=89$ ②

解：由①得 $x=5-y$ ③

把③带入②，得 $6(5-y)+13y=89$

$y=59/7$

把 $y=59/7$ 带入③，

$x=5-59/7$

即 $x=-24/7$

$\therefore x=-24/7$

$y=59/7$ 为方程组的解.

我们把这种通过"代入"消去一个未知数，从而求出方程组的解的方法叫做代入消元法，简称代入法。

加减消元法：

【例】解方程组 $x+y=9$ ①

$x-y=5$ ②

解：①+② $2x=14$

即 $x=7$

把 $x=7$ 带入①

得 $7+y=9$

NO.

Date

解得 $y=-2$

$\therefore x=7$

$y=-2$ 为方程组的解.

像这种解二元一次方程组的方法叫做加减消元法，简称加减法.

二元一次方程组的解有三种情况:

1.有一组解　　如方程组 $x+y=5$ ①

$6x+13y=89$ ②

$x=-24/7$　$y=59/7$ 为方程组的解

2.有无数组解　　如方程组 $x+y=6$ ①

$2x+2y=12$ ②

因为这两个方程实际上是一个方程（亦称作"方程有两个相等的实数根"），所以此类方程组有无数组解.

3.无解　　如方程组 $x+y=4$ ①

$2x+2y=10$ ②.

因为方程②化简后为 $x+y=5$ 这与方程①相矛盾，所以此类方程组无解。

注意：用加减法或者用代入消元法解决问题时，应注意用哪种方法简单，避免计算麻烦或导致计算错误。

教科书中没有的几种解法

(一) 加减一代入混合使用的方法

【例1】$13x+14y=41$　(1)

$14x+13y=40$　(2)

解：(2)−(1)得　$x-y=-1$　$x=y-1$ (3).

NO.

Date

把(3)代入(1)得 $13(y-1)+14y=41$

$13y-13+14y=41$

$27y=54$

$y=2$

把$y=2$代入(3)得 $x=1$

所以：$x=1$，

$y=2$

特点：两方程相加减，单个x或单个y，这样就适用接下来的代入消元。

(二) 消元法

【例2】$(x+5)+(y-4)=8$

$(x+5)-(y-4)=4$

令$x+5=m$，$y-4=n$

原方程可写为 $m+n=8$

$m-n=4$

解得 $m=6$，

$n=2$

所以$x+5=6$，

$y-4=2$

所以$x=1$，

$y=6$。

特点：两方程中都含有相同的代数式，如题中的$x+5$，$y-4$之类，换元后可简化方程也是主要原因。

(三) 另类换元

【例3】$x:y=1:4$

NO.

Date

$5x+6y=29$

令$x=t$，$y=4t$

方程2可写为：$5t+6\times4t=29$

$29t=29$

$t=1$　所以$x=1$，$y=4$

一般来说，二元一次方程组只有唯一的一个解.

注意：

二元一次方程组不一定都是由两个二元一次方程合在一起组成的！也可以由一个或多个二元一次方程单独组成.

NO.
Date

中考题型例析

题型一 方程组解的判定

【例1】已知二元一次方程组 $\begin{cases}2x+y=2\\-x+y=5\end{cases}$ 的解是（ ）

A. $\begin{cases}x=1\\y=6\end{cases}$ B. $\begin{cases}x=-1\\y=4\end{cases}$ C. $\begin{cases}x=-3\\y=2\end{cases}$ D. $\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$

分析：本题有两种解法：一种是①解方程组，求出其解；另一种是②将被选答案代入方程组，逐个验证。

答案：B

题型二 求待定系数或代数式的值

【例2】已知二元一次方程组 $\begin{cases}ax+by=4\\bx+ay=5\end{cases}$ 的解是 $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$，则 $a+b$ 的值为____。

分析：根据方程组的定义，把 $x=2$，$y=1$ 代入方程组，转化为关于 a、b 的方程组，解出 a 与 b 的值，问题就解决了。也可应用整体思想，直接求出 $a+b$ 的值。

● 解法1：把 $x=2$，$y=1$ 代入方程组，

得 $\begin{cases}2a+b=4\\2b+a=5\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$

$\therefore a+b=3$

● 解法2：把 $x=2$，$y=1$ 代入原方程组，

得 $\begin{cases}2a+b=4 & (1)\\2b+a=5 & (2)\end{cases}$ (1)+(2)得 $3(a+b)=9$.

$\therefore a+b=3$

NO.

Dale

●点评：运用整体思想巧求代数式的值是中考常考内容．解题时，注意观察方程组的特点，灵活运用方程组的变形技巧而进行合理、正确的解答．

题型三　解方程组

【例3】解方程组 $\begin{cases} 3x+2y=5 & ① \\ 2x-y=8 & ② \end{cases}$

分析：因为y的系数绝对值是1，所以用代入消元法解较简单

解：由②，得 $y=2x-8$　③

把③代入①，得 $3x+2(2x-8)=5$

$3x+4x-16=5$

$\therefore x=3$

把 $x=3$ 代入③，得 $y=2\times3-8=-2$

$\therefore$ 方程组的解为 $x=3$　$y=-2$

●点评：解方程组要善于观察方程组的特点，灵活运用适当的方法，提高解题速度．

NO.

Date · ·

第五章 不等式与不等式组

知识框架

一元一次不等式和一元一次不等式组
- 不等式的性质
- 一元一次不等式(组)的概念
- 一元一次不等式(组)解题的含义
- 一元一次不等式(组)的解法
- 一元一次不等式(组)的应用

知识概念

1. 用符号"<"">""≤""≥"表示大小关系的式子叫做不等式.

2. 不等式的解：使不等式成立的未知数的值，叫做不等式的解.

3. 不等式的解集：一个含有未知数的不等式的所有解，组成这个不等式的解集.

4. 一元一次不等式：不等式的左、右两边都是整式，只有一个未知数，并且未知数的最高次数是1，像这样的不等式，叫做一元一次不等式.

5. 一元一次不等式组：一般地，关于同一未知数的几个一元一次不等式合在一起，就组成了一个一元一次不等式组。

6. 定理与性质

不等式的性质：

不等式的基本性质1：不等式的两边都加上(或减去)同一个数(或式子)，不等号的方向不变。

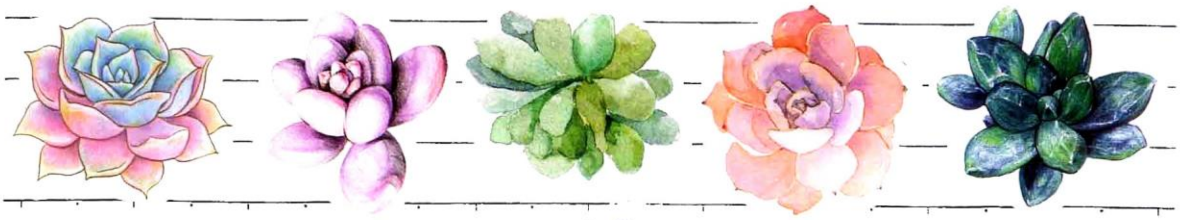
不等式的基本性质2：不等式的两边都乘以(或除以)同一个正数，不等号的方向不变.

不等式的基本性质3：不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数，不等号的方向改变.

NO.

Date

本章内容要求经历建立一元一次不等式(组)这样的数学模型并应用它解决实际问题的过程.体会不等式(组)的特点和作用.掌握运用它们解决问题的一般方法.提高分析问题、解决问题的能力.增强创新精神和应用数学的意识.



NO.

Date

一元一次不等式(组)中重点剖析

中考知识梳理

1. 判断不等式是否成立

判断不等式是否成立，关键是分析判定不等号的变化，变化的依据是不等式的性质，特别注意的是，不等式两边都乘以(或除以)同一个负数时，要改变不等号方向；反之，若不等式的不等号方向发生改变，则说明不等式两边同乘以(或除以)了一个负数，因此在判断不等式成立与否或由不等式变形求某些字母的范围时，要认真观察不等式的形式与不等号方向。

2. 解一元一次不等式(组)

解一元一次不等式的步骤与解一元一次方程的步骤大致相同，应注意的是，不等式两边所乘以(或除以)的数的正负，并根据不同情况灵活运用其性质，不等式组解集的确定方法：若$a<b$，则有：

(1) $\begin{cases} x<a \\ x<b \end{cases}$ 的解集是$x<a$，即"小小取小"。

(2) $\begin{cases} x>a \\ x>b \end{cases}$ 的解集是$x>b$，即"大大取大"。

(3) $\begin{cases} x>a \\ x<b \end{cases}$ 的解集是$a<x<b$，即"大小小大取中间"。

(4) $\begin{cases} x<a \\ x>b \end{cases}$ 的解集是空集，即"大大小小取不了"。

一元一次不等式(组)常与分式、根式、一元二次方程、函数等知识相联系，解决综合性问题。

3. 求不等式(组)的特殊解

NO.

Date

★不等式(组)的解往往是有无数多个,但其特殊解在某些范围内是有限的,如整数解、非负整数解,要求这些特殊解,首先是确定不等式(组)的解集,然后再找到相应的答案.注意应用数形结合思想。

4.列不等式(组)解应用题

注意分析题目中的不等量关系.考查的热点是与实际生活密切相联的不等式(组)应用题.

中考题型例析

1.判断不等式是否成立.

【例1】如图,若数轴的两点A、B表示的数分别为a、b,则下列结论正确的是( )

A. $\frac{1}{2}b-a>0$　　B. $a-b>0$　　C. $2a+b>0$　　D. $a+b>0$

分析:首先由A、B两点在数轴上的位置分析出a、b的符号和绝对值的大小关系,再根据有理数法则进行选择。

解:由点A、B在数轴上的位置可知:

$a<0$, $b>0$, $|a|>|b|$,

$\therefore \frac{1}{2}b>0$, $-a>0$,

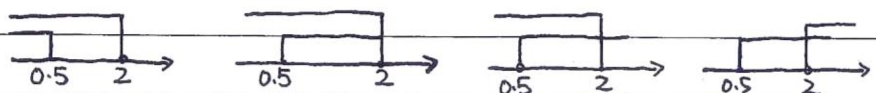
$\therefore \frac{1}{2}b-a>0$.

故选A.

答案:A

2.在数轴上表示不等式的解集

【例2】不等式组 $\begin{cases} x<2 \\ x\geq\frac{1}{2} \end{cases}$ 的解集在数轴上应表示为( ).



A　　B　　C　　D

NO.
Date . .

解析：在数轴上表示$x<2$的范围应不包括2向左，而$x\geq\frac{1}{2}$是包括$\frac{1}{2}$向右，故选B.

答案：B.

3. 求字母的取值范围.

【例3】如果关于x的不等式$(a-1)x<a+5$和$2x<4$的解集相同，则a的值为___。

分析：$2x<4$的解集是$x<2$，故不等式$(a-1)x<a+5$的解集也是$x<2$，

所以$a-1>0$，且$\frac{a+5}{a-1}=2$，故解得$a=7$。因此答案填7.

答案：7

4. 解不等式组

【例4】解不等式组 $\begin{cases} 3(x-2)+4<5x & ① \\ \frac{x-1}{2}-x\geq 3x+1 & ② \end{cases}$

分析：根据解不等式的步骤，先求两个不等式的解集，然后再取其公共部分。

解：解不等式①，得$x>-1$，

解不等式②，得$x\leq-\frac{3}{7}$.

∴不等式组的解集是$-1<x\leq-\frac{3}{7}$.

5. 列不等式(组)解应用题.

【例5】国际能源结构(IEA)2004年1月公布的《石油市场报告》预测，2004年中国石油年耗油量将在2003年的基础上继续增加，最多可达3亿吨，将成为全球第二大石油消耗大国。已知2003年中国石油年耗油量约为2.73亿吨，若一年按365天计，石油的平均日耗油量以桶为单位(1吨约合7.3桶)，则2004年中国石油的平均日耗油量在什么范围?

分析：本题特点是文字多、数据杂，综合了方程与不等式的知识，考生必须具有一定的阅读和分析能力。解本题的关键是把问题转化为不等式，故寻找不等量关系至关重要。

解：设2004年中国石油的平均日耗油量为x万桶，则2004年中国石油年耗油量为365x万桶，根据题意，得

NO.

Date

$$\begin{cases}365x\times10^4\le 3\times10^8\times7.3\\365x\times10^4>2.73\times10^8\times7.3\end{cases}$$

解这个不等式组，得 $\begin{cases}x\le600\\x>546\end{cases}$

答：估计2004年中国石油平均日耗油量多于546万桶且不超过600万桶.

NO.

Date

第六章 数据的收集、整理与描述

知识框架

全面调查 → 收集数据
抽样调查 → 收集数据

收集数据 → 整理数据 → 描述数据 → 分析数据 → 得出结论

知识概念

1. 全面调查：考察全体对象的调查方式叫做全面调查.

2. 抽样调查：调查部分数据，根据部分来估计总体的调查方式称为抽样调查.

3. 总体：要考察的全体对象称为总体。

4. 个体：组成总体的每一个考察对象称为个体。

5. 样本：被抽取的所有个体组成一个样本.

6. 样本容量：样本中个体的数目称为样本容量.

7. 频数：一般地，我们称落在不同小组中的数据个数为该组的频数.

8. 频率：频数与数据总数的比为频率。

9. 组数和组距：在统计数据时，把数据按照一定的范围分成若干个组，分成组的个数称为组数，每一组两个端点的差叫做组距.

本章要求通过实际参与收集、整理、描述和分析数据的活动，经历统计的一般过程，感受统计在生活和生产中的作用，增强学习统计的兴趣，初步建立统计的观念，培养重视调查研究的良好习惯和科学态度.

NO.

Date

数据的收集.整理与描述知识点

知识要点梳理

知识点一:总体.样本的概念

1.总体:要考察的全体对象称为总体.

2.个体:组成总体的每一个考察对象称为个体.

3.样本:被抽取的那些个体组成一个样本.

4.样本容量:样本中个体的数目叫样本容量(不带单位).

注意:为了使样本能较好地反映总体的情况,除了要有合适的样本容量外,抽取时还要尽量使每一个个体都有同等的机会被抽到.

知识点二:全面调查与抽样调查

调查的方式有两种:全面调查和抽样调查.

1.全面调查:考察全面对象的调查叫全面调查。全面调查也称作普查.调查的方法有:问卷调查.访问调查.电话调查等.

全面调查的步骤:

(1) 收集数据;

(2) 整理数据(划记法);

(3) 描述数据(条形图或扇形图等).

2.抽样调查:若调查时因考察对象牵扯面较广,调查范围大,不宜采用全面调查.因此,采用抽样调查.抽样调查只抽取一部分对象进行调查,然后根据调查数据推断全体对象的情况。

抽样调查的意义:

(1).减少统计的工作量;

②抽样调查是实际工作中应用非常广泛的一种调查方式，它是总体中抽取样本进行调查，根据样本来估计总体的一种调查。

3. 判断全面调查和抽样调查的方法在于：

①全面调查是对考察对象的全面调查，它要求对考察范围内所有个体进行一个不漏的逐个准确统计；而抽样调查则是对总体中的部分个体进行调查，以样本来估计总体的情况。

②注意区分"总体"和"部分"在表述上的差异，在调查实际生活中的相关问题时，要灵活处理，既要考虑问题本身的需要，又要考虑实现的可能性和所付出代价的大小。

知识点二：扇形统计图和条形统计图及其特点

1. 生活中，我们会遇到许多关于数据的统计的表示方法，它们多是利用圆和扇形来表示整体和部分的关系，即用圆代表总体，圆中的各个扇形分别代表总体中的不同部分，扇形的大小反映部分占总体的百分比的大小，这样的统计图叫做扇形统计图。

(1) 扇形统计图的特点：

①用扇形面积表示部分占总体的百分比；

②易于表示每组数据相当于总体的百分比；

③扇形统计图的各部分占总体的百分比之和为100%或1，在检查一张扇形统计图是否合格时，只要用各部分分量占总量的百分比之和是否为100%进行检查即可。

(2) 扇形统计图的画法：

把一个圆的面积看成是1，以圆心为顶点的周角是360°，则圆心角是36°的扇形占整个面积的$\frac{1}{10}$，即10%。同理，圆心角是72°的圆扇形占整个圆面积的$\frac{1}{5}$，即20%，因此画扇形统计图的关键是算出圆心角的大小。

扇形的面积与圆心角的关系：扇形的面积越大，圆心角的度数越大；扇形的面积越小，圆心角的度数越小。扇形所对圆心角的度数与百分比的关系是：圆心角的度数=百分比×360°。

NO.

Date · ·

(3) 扇形统计图的优缺点：

扇形统计图的优点是易于显示每组数据相对于总数的大小，缺点是在不知道总体数量的条件下，无法知道每组数据的具体数量。

2. 用一个单位长度表示一定的数量关系，根据数量的多少画成长短不同的条形，条形的宽度必须保持一致，然后把这些条形排列起来，这样的统计图叫做条形统计图。

(1) 条形统计图的特点：

① 能够显示每组中的具体数据；

② 易于比较数据之间的差别。

(2) 条形统计图的优缺点：

条形统计图的优点是能够显示每组中的具体数据，易于比较数据之间的差别，缺点是无法显示每组数据占总体的百分比。

注意：(1) 条形统计图的纵轴一般从0开始，但为了突出数据之间的差别也可以不从0开始，这样既节省篇幅，又能形成鲜明对比；

(2) 条形图分纵置和横置两种。

知识点四：频数、频率和频数分布表

1. 一般我们称落在不同小组中的数据个数为该组的频数，频数与数据总数的比为频率，频率反映了各组频数的大小在总数中所占的分量。

公式：$\boxed{频率=\frac{频数}{数据总数}}$

由以上公式还可得出两个变形公式：

(1) $\boxed{频数=频率\times数据总数}$

(2) $\boxed{数据总数=\frac{频数}{频率}}$

注意：(1) 所有频数之和一定等于总数；

(2) 所有频率之和一定等于1。

NO.

Date . .

2.数据的频数分布表反映了一组数据中的每个数据出现的频数.从而反映了在一组数据中各数据的分布情况.要全面地掌握一组数据.必须分析这组数据中各个数据的分布情况.

知识点五:频数分布直方图与频数折线图.

1.在描述和整理数据时,往往可以把数据按照数据的范围进行分组,整理数据后可以得到频数分布表.在平面直角坐标系中,用横轴表示数据范围,纵轴表示各小组的频数,以各组的频数为高画出与这一组对应的矩形,得到频数分布直方图.

2.条形图和直方图的异同:

直方图是特殊的条形图.条形图和直方图都易于比较各数据之间的差别,能够显示每组中的具体数据和频率分布情况.

直方图与条形图不同,条形图是用长方形的高(纵置时)表示各类别(或组别)频数的多少,其宽度是固定的;直方图是用面积表示各组数据的多少(等距分组时可以用长方形的高表示频数),长方形的宽表示各组的组距,各长方形的高和宽都有意义.此外由于分组数据都有连续性,直方图的各长方形通常是连续排列,中间没有空隙,而条形图是分开排列,长方形之间有空隙.

3.频数折线图的制作一般都是在频数分布直方图的基础上得到的,具体步骤是:首先取直方图中每一个长方形上边的中点;然后再在横轴上取两个频数为0的点(直方图最左及最右两边各取一个,它们分别与直方图中左右相距半个组距);最后再将这些点用线段依次连接起来,就得到了频数折线图.

4.频数分布直方图的画法:

(1)找到这一组数据的最大值与最小值.

(2)求出最大值与最小值的差;

(3)确定组距、分组;

NO.

Date

(4) 列出频数分布表;

(5) 由频数分布表画出频数分布直方图.

5. 画频数分布直方图的注意事项.

(1) 分组时,不能出现数据中同一数据在两个组中的情况.为了避免,通常分组时,比题中要求数据单位多一位.例如:题中数据要求到整数位,分组到要求数据到0.5即可.

(2) 组距和组数的确定没有固定的标准,要凭借数据越多,分成的组数也就越多.当数据在100以内时,根据数据的多少通常分成5-12组.

NO.

Date . .

八年级数学(上)知识点

八年级上册主要包括全等三角形、轴对称、实数、一次函数和整式的乘除与分解因式五个章节的内容.

第一章 全等三角形

知识概念

1. 全等三角形：两个三角形的形状、大小都一样时，其中一个可以经过平移、旋转、对称等运动(或称变换)使之与另一个重合，这两个三角形称为全等三角形。

2. 全等三角形的性质：全等三角形的对应角相等、对应边相等。

3. 三角形全等的判定公理及推论有：

(1) "边角边"简称"SAS"

(2) "角边角"简称"ASA"

(3) "边边边"简称"SSS"

(4) "角角边"简称"AAS"

(5) 斜边和直角边相等的两直角三角形(HL).

除了边边角和角角角.

4. 角平分线推论：角的内部到角的两边的距离相等的点在角的平分线上.

5. 证明两三角形全等或利用它证明线段或角的相等的基本方法步骤：

① 确定已知条件(包括隐含条件，如公共边、公共角、对顶角、角平分线、中线、高、等腰三角形、等所隐含的边角关系)

②. 回顾三角形判定，搞清我们还需要什么.

③. 正确地书写证明格式(顺序和对应关系从已知推导出要证明的问题).

NO.

Date . .

全等三角形复习笔记

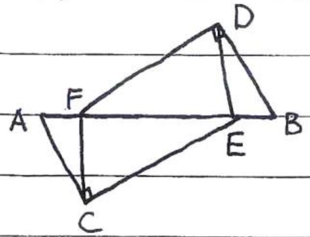
知识点一：证明三角形全等的思路

通过对问题的分析，将解决的问题归结到证明某两个三角形的全等后，采用哪个全等判定定理加以证明，可以按下图思路进行分析：

- 已知两边
  - 找夹角 → SAS
  - 找第三边 → SSS
  - 找直角 → HL
- 已知一边一角
  - 边为角的对边 → 找任一角 → AAS
  - 边为角的邻边
    - 找夹角的另一边 → SAS
    - 找夹边的另一角 → ASA
    - 找边的对角 → AAS
- 已知两角
  - 找夹边 → ASA
  - 找任一对边 → AAS

★切记："有三个角对应相等"和"有两边及其中一边的对角对应相等"的两个三角形不一定全等。

【例1】如图，A、F、E、B四点共线，AC⊥CE，BD⊥DF，AE=BF，AC=BD。求证：△ACF≌△BDE.



NO.

Date

● 思路分析：从结论$\triangle ACF \cong \triangle BDE$入手，全等条件只有$AC=BD$；由$AE=BF$两边同时减去$EF$得到$AF=BE$，又得到一个全等条件。还缺少一个全等条件，可以是$CF=DE$，也可以是$\angle A=\angle B$。

由条件$AC \perp CE$，$BD \perp DF$可得$\angle ACE=\angle BDF=90°$，再加上$AE=BF$，$AC=BD$，可以证明$\triangle ACE \cong \triangle BDF$，从而得到$\angle A=\angle B$.

解答过程：$\because AC \perp CE$，$BD \perp DF$

$\therefore \angle ACE=\angle BDF=90°$

在$Rt\triangle ACE$与$Rt\triangle BDF$中

$\because \begin{cases} AE=BF \\ AC=BD \end{cases}$

$\therefore Rt\triangle ACE \cong Rt\triangle BDF(HL)$

$\therefore \angle A=\angle B$

$\because AE=BF$

$\therefore AE-EF=BF-EF$，即$AF=BE$

在$\triangle ACF$与$\triangle BDE$中.

$\because \begin{cases} AF=BE \\ \angle A=\angle B \\ AC=BD \end{cases}$

$\therefore \triangle ACF \cong \triangle BDE(SAS)$

● 解题后的思考：本题的分析方法实际上是"两头凑"的思想方法：一方面从问题或结论入手，看还需要什么条件；另一方面从条件入手，看可以得出什么结论。再对比"所需条件"和"得出结论"之间是否吻合或具有明显的联系，从而得出解题思路.

● 小结：本题不仅告诉我们如何去寻找全等三角形及其全等条件，而且告诉我们如何去分析一个题目，得出解题思路.

NO.

Date

知识点二：构造全等三角形

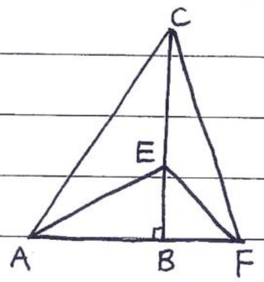
【例12】如图，在△ABC中，AB=BC，∠ABC=90°。F为AB延长线上一点，点E在BC上，BE=BF，连接AE，EF和CF。求证：AE=CF。

● 思路分析：可以利用全等三角形来证明这两条线段相等，关键是要找到这两个三角形。以线段AE为边的△ABE绕点B顺时针旋转90°到△CBF的位置，而线段CF正好是△CBF的边，故只要证明它们全等即可。

解答过程：∵∠ABC=90°，F为AB延长线上一点

∴∠ABC=∠CBF=90°

在△ABE与△CBF中



$\because \begin{cases} AB=BC \\ \angle ABC=\angle CBF \\ BE=BF \end{cases}$

∴△ABE≌△CBF(SAS)

∴AE=CF

● 解题后的思考：利用旋转的观点，不但有利于寻找全等三角形，而且有利于找对应边和对应角。

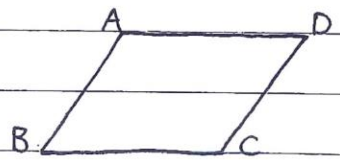
● 小结：利用三角形全等证明线段或角相等是重要的方法，但有时不容易找到需证明的三角形。这时我们就可以根据需要利用平移、翻折和旋转等图形变换的观点来寻找或利用辅助线构造全等三角形。

知识点三：常见辅助线的作法

1. 连接四边形的对角线

【例14】如图，AB∥CD，AD∥BC。

求证：AB=CD

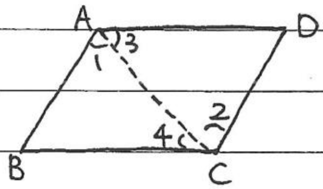


NO.

Date

● 思路分析：关于四边形我们知之甚少，通过连接四边形的对角线，可以把原问题转化为全等三角形的问题。

解答过程：连接AC



∵ $AB \parallel CD$，$AD \parallel BC$

∴ $\angle 1 = \angle 2$，$\angle 3 = \angle 4$

在△ABC与△CDA中

∵ $\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ AC = CA \\ \angle 4 = \angle 3 \end{cases}$

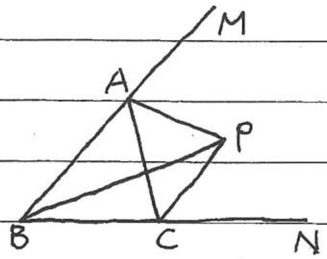
∴ $\triangle ABC \cong \triangle CDA$（ASA）

∴ $AB = CD$

● 解题后的思考：连接四边形的对角线，是构造全等三角形的常用方法。

2. 作垂线，利用角平分线的知识

【例5】如图，AP、CP分别是△ABC外角∠MAC和∠NCA的平分线，它们交于点P。求证：BP为∠MBN的平分线。



● 思路分析：要证明“BP为∠MBN的平分线”，可以利用点P到BM、BN的距离相等来证明，故应过点P向BM、BN作垂线；另一方面，为了利用已知条件“AP、CP分别是∠MAC和∠NCA的平分线”，也需要作出点P到两外角两边的距离。

NO.

Date

解答过程：过P作PD⊥BM于D，PE⊥AC于E，PF⊥BN于F

∵AP平分∠MAC，PD⊥BM于D，PE⊥AC于E

∴PD=PE

∵CP平分∠NCA，PE⊥AC于E，PF⊥BN于F

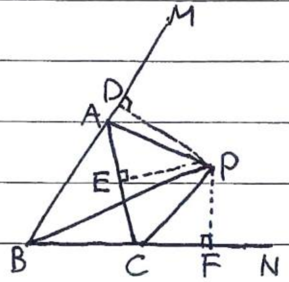
∴PE=PF

∵PD=PE，PE=PF

∴PD=PF

∵PD=PF，且PD⊥BM于D，PF⊥BN于F.

∴BP为∠MBN的平分线.



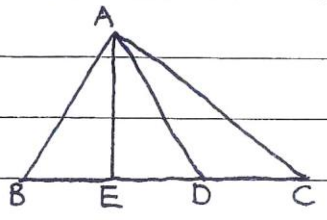
● 解题后的思考：题目已知中有角平分线的条件，或者有要证明角平分线的结论时，常过角平分线上的一点向角的两边作垂线，利用角平分线的性质或判定来解答问题.

3. 倍长中线

在三角形中，常采用延长中线为原来的2倍，构造全等三角形来解题.

【例6】如图，D是△ABC的边BC上的点，且CD=AB，∠ADB=∠BAD，AE是△ABD的中线。

求证：AC=2AE.



● 思路分析：要证明"AC=2AE"，不妨构造出一条等于2AE的线段，然后证其等于AC。因此，延长AE至F，使EF=AE.

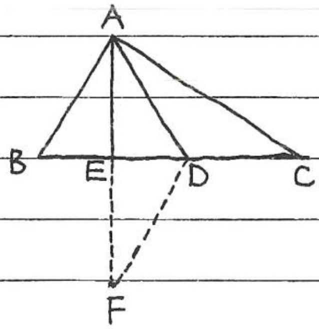
解答过程：延长AE至点F，使EF=AE，连接DF

在△ABE与△FDE中

NO.

Date

$\because \begin{cases} AE = FE \\ \angle AEB = \angle FED \\ BE = DE \end{cases}$



$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FDE$ (SAS)

$\therefore \angle B = \angle EDF$

$\because \angle ADF = \angle ADB + \angle EDF$, $\angle ADC = \angle BAD + \angle B$

又 $\because \angle ADB = \angle BAD$

$\therefore \angle ADF = \angle ADC$

$\because AB = DF$, $AB = CD$

$\therefore DF = DC$

在 $\triangle ADF$ 与 $\triangle ADC$ 中，

$\because \begin{cases} AD = AD \\ \angle ADF = \angle ADC \\ DF = DC \end{cases}$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ADC$ (SAS)

$\therefore AF = AC$

又 $\because AF = 2AE$

$\therefore AC = 2AE$.

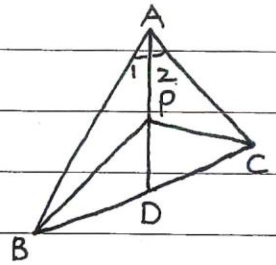
★ ● 解题后的思考：三角形中倍长中线，可以构造全等三角形，继而得出一些线段和角相等，甚至可以证明两条直线平行。

4. "截长补短"构造全等三角形

【例7】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB > AC$，$\angle 1 = \angle 2$，P 为 AD 上任意一点，求证：$AB - AC > PB - PC$。

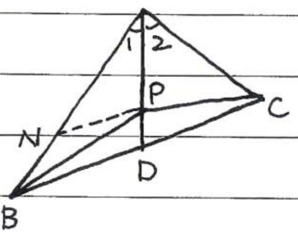
NO.

Date



● 思路分析：欲证AB−AC>PB−PC，不难想到利用三角形中三边的不等关系来证明。由于结论中是差，故用两边之差小于第三边来证明，从而想到构造线段AB−AC。而构造AB−AC可以采用"截长"和"补短"两种方法。

解答过程：法一：



截长法 在AB上截取AN=AC，连接PN

在△APN与△APC中

$\because\begin{cases}AN=AC\\ \angle 1=\angle 2\\ AP=AP\end{cases}$

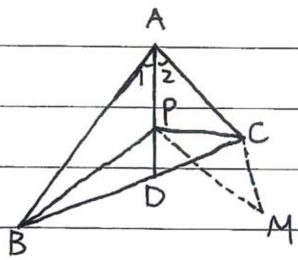
$\therefore$ △APN≌△APC（SAS）

$\therefore$ PN=PC

$\because$ 在△BPN中，PB−PN<BN

$\therefore$ PB−PC<AB−AC，即AB−AC>PB−PC。

法二：



补短法 延长AC至M，使AM=AB，连接PM

在△ABP与△AMP中

$\because\begin{cases}AB=AM\\ \angle 1=\angle 2\\ AP=AP\end{cases}$

NO.

Date

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle AMP$ (SAS)

$\therefore PB = PM$

$\because$ 在$\triangle PCM$中，$CM > PM - PC$

$\therefore AB - AC > PB - PC$.

★●解题后的思考：当已知或求证中涉及线段的和或差时，一般采用"截长补短"法。具体作法是：在较长的线段上截取一条线段等于一条较短线段，再设法证明较长线段的剩余线段等于另外的较短线段，称为"截长"；或者将一条较短线段延长，使其等于另外的较短线段，然后证明这两条线段之和等于较长线段，称为"补短"。

●小结：本题组总结了本章中常用辅助线的作法，以后随着学习的深入还要继续总结。我们不光要总结辅助线的作法，还要知道辅助线为什么要这样作，这样作有什么用处。

提分技巧

当给定的题设条件及图形并不具有明显的全等条件时，需要我们认真观察、分析，根据图形的结构特点，挖掘潜在因素，通过添加适当的辅助线，巧妙构造全等三角形，借助全等三角形的有关性质，就可迅速找到证题的途径。




NO.

Date

第二章 轴对称

知识概念

1. 对称轴：如果一个图形沿某条直线折叠后，直线两旁的部分能够互相重合，那么这个图形叫做轴对称图形；这条直线叫做对称轴。

2. 性质：

(1) 轴对称图形的对称轴，是任何一对对应点所连线段的垂直平分线。

(2) 角平分线上的点到角两边距离相等。

(3) 线段垂直平分线上的任意一点到线段两个端点的距离相等。

(4) 与一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上。

(5) 轴对称图形上对应线段相等，对应角相等。

3. 等腰三角形的性质：等腰三角形的两个底角相等。(等边对等角)

4. 等腰三角形的顶角平分线、底边上的高、底边上的中线互相重合，简称为三线合一。

5. 等腰三角形的判定：等角对等边。

6. 等边三角形角的特点：三个内角相等，等于60°。

7. 等边三角形的判定：

三个角都相等的三角形是等腰三角形。

NO.

Date · ·

有一个角是60°的等腰三角形是等边三角形.

有两个角是60°的三角形是等边三角形.

8. 直角三角形中. 30°角所对的直角边等于斜边的一半。

9. 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

本章内容要求学生在建立在轴对称概念的基础上.能够对生活中的图形进行分析鉴定.亲身经历数学美.正确理解等腰三角形.等边三角形等的性质和判定.并利用这些性质来解决一些数学问题.

NO.

Date

轴对称复习笔记

考点分析

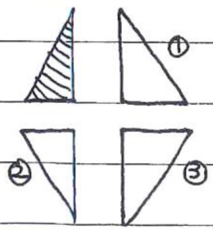
轴对称变换及关于坐标轴对称的点的坐标，在历年的中考题中经常出现，做这类题目时要熟记对称的点的坐标的特点及轴对称的性质，题型多为填空题选择题和解答题中的作图题，属中低档题。囊括轴对称与平移及今后将学习的中心对称、旋转等知识的综合题在近几年的中考题中经常出现。

典型例题剖析

知识点一 轴对称与轴对称图形

轴对称图形是指"一个图形"；轴对称是指"两个图形"的位置关系。

【例1】如图，阴影三角形与哪些三角形成轴对称？整个图形有几条对称轴？



● 思路分析：

判断两个图形是不是成轴对称，关键是要把握轴对称的含义。

解答过程：

阴影三角形与三角形①、②成轴对称；整个图形共有两条对称轴。

● 解题后的思考：

将这两个三角形看作一个整体，使它成为一个轴对称图形。

● 小结：

在某种情况下，二者可以互相转换。轴对称和轴对称图形都有对称轴。如果

把成轴对称的两个图形看成一个整体，那么它就是一个轴对称图形；如果把轴对称图形沿对称轴分成两个图形，那么这两个图形就关于对称轴对称.

知识点二 轴对称与轴对称图形的性质

轴对称图形(或关于某条直线对称的两个图形)的对应线段(对折后重合的线段)相等，对应角(对折后重合的角)相等.

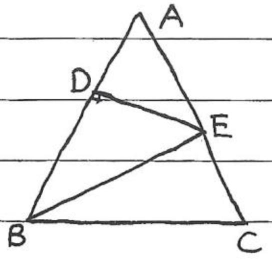
知识点三 线段的垂直平分线的性质.

经过线段中点并且垂直于这条线段的直线，叫做这条线段的垂直平分线.简称$\boxed{\text{中垂线}}$.

★ 线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等。这是一个证明线段相等的办法。

到一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上。

【例2】如图，在△ABC中，AB=AC，AB的垂直平分线DE交AC于点E.若AD+AC=24cm，BD+BC=20cm，求△BEC的周长。



● 思路分析：

解此题要注意利用"AB的垂直平分线DE"这个条件，以及要找出"AD+AC=24cm，BD+BC=20cm"这个条件中四条线段之间的联系.

解答过程：

NO.
Date

$\because AD=BD=\frac{1}{2}AB,\ AB=AC$

$\therefore AD=\frac{1}{2}AC$

$\because AD+AC=24$

$\therefore AD=BD=8,\ AC=16.$

又$\because BD+BC=20$

$\therefore BC=12$

$\because$ DE垂直平分AB.

$\therefore EA=EB$

$\therefore BE+EC+BC=AC+BC=16+12=28$

即$\triangle BEC$的周长为28cm.

● 解题后的思考：

由DE是AB的垂直平分线可以得到DA=DB和EA=EB，这是解题的关键.

● 小结：

由线段的垂直平分线可以推出线段相等.因此我们又多了一种证明线段相等的方法。

知识点四 画轴对称图形或是轴对称的两个图形的对称轴.

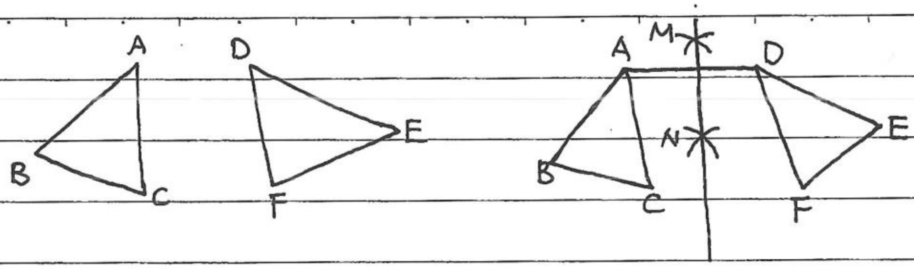
如果一个图形是轴对称图形或两个图形成轴对称，其对称轴就是任意一对对应点所连线段的垂直平分线。因此，我们只要找到一对对应点，作出连接它们的线段的垂直平分线，就可以得到这两个图形的对称轴.

【例3:】

如图，$\triangle ABC$和$\triangle DEF$关于某条直线成轴对称，你能作出这条直线吗？

NO.

Date



● 思路分析：

因为两个图形关于某条直线对称时，其对称轴是任意一对对应点所连线段的垂直平分线，所以只要确定一对对应点，然后连接这两点得到一条线段，再画出这条线段的垂直平分线，就能得到这两个图形的对称轴。

解答过程：

(1) 连接AD；

(2) 分别以点A、D为圆心，以大于$\frac{1}{2}$AD的长为半径作弧，两弧交于M、N两点；

(3) 作直线MN。

直线MN即为所求的直线（对称轴）。

● 解题后的思考：

对于轴对称图形，由于对称轴可能不是唯一的，因此要注意选取不同类型的对应点，作出其所有的对称轴。

● 小结：

作对称轴的前提是两个图形成轴对称或一个图形是轴对称图形，否则不存在对称轴。

知识点五 轴对称变换

画一个图形关于某条直线对称的图形，只要分别作出这个图形上的关键点关于对称轴的对应点，再连接这些对应点，就可以得到原图形的轴对称图形。

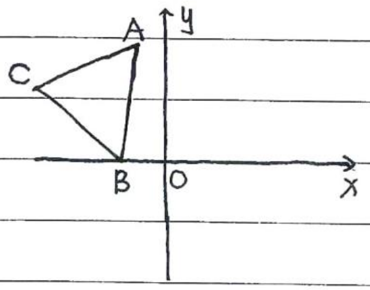
NO.

Date

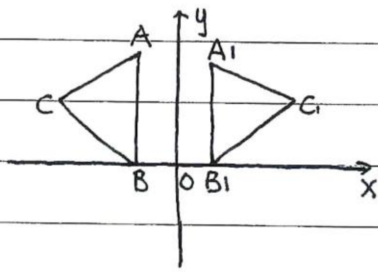
知识点 六 用坐标表示轴对称

【例 4】(1) 如图甲, 在平面直角坐标系中, A(-1,5), B(-1,0), C(-4,3), 求出 $S_{\triangle ABC}$;

(2). 作出△ABC关于y轴的对称图形△$A_1B_1C_1$, 并写出△$A_1B_1C_1$三个顶点的坐标。



甲



乙

● 思路分析:

由于图形是在直角坐标系中, 且坐标比较特殊, 所以很容易得AB=5, AB边上的高为3. 根据关于y轴对称的点的坐标的特点, 很容易求出A_1, B_1, C_1三个点的坐标, 以点带面, 即可作出△$A_1B_1C_1$。

解答过程:

(1) 根据A、B、C三点的坐标, 可知AB=5, AB边上的高为3

所以, $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times5\times3=\frac{15}{2}$.

(2) △ABC关于y轴的对称图形△$A_1B_1C_1$如图乙所示, 三个顶点的坐标分别为$A_1(1,5)$, $B_1(1,0)$, $C_1(4,3)$。

● 解题后的思考:

在平面直角坐标系中, 关于x轴对称的两个点的横坐标相同, 纵坐标互为相反数; 关于y轴对称的两个点的纵坐标相同, 横坐标互为相反数。如P(a,b)关于x轴对称的点的坐标为(a,-b), 关于y轴对称的点的坐标为(-a,b).

● 小结:

关于坐标轴对称的两个点的坐标关系, 不能死记硬背, 而应结合图形, 利用轴对称

NO.

Date · ·

的性质.在理解的基础上记忆。

提分技巧

对轴对称图形和轴对称的认识.结合图形会理解得比较深刻.要注意在观察中感受概念.在实践中探索性质.同时要注意二者的区别与联系.

第三章 实数

- 实数
  - 有理数（整数.有限小数.无限循环小数）
    - 整数
      - 自然数(0,1,2,3…)
      - 负整数(-1,-2,-3…)
    - 分数(小数)
      - 正分数($\frac{1}{2}$,$\frac{2}{3}$…)
      - 负分数($-\frac{1}{2}$,$-\frac{2}{3}$…)
  - 无理数（无限不循环小数）
    - 正无理数
    - 负无理数

1. 算术平方根:一般地.如果一个正数x的平方等于a，即$x^2=a$，那么正数x叫做a的算术平方根.记作$\sqrt{a}$。0的算术平方根为0;从定义可知.只有当$a\geq 0$时.a才有算术平方根。

2. 平方根.一般地.如果一个数x的平方根等于a.即$x^2=a$.那么数x就叫做a的平方根。

3. 正数有两个平方根(一正一负)它们互为相反数;0只有一个平方根.就是它本身;负数没有平方根。

4. 正数的立方根是正数;0的立方根是0;负数的立方根是负数。

5. 数a的相反数是-a.一个正实数的绝对值是它本身,一个负数的绝对值是它的相反数.0的绝对值是0.

NO.

Date

$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{ab}\,(a\geq0,\ b\geq0)$　　$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}\,(a\geq0,\ b>0)$

实数部分主要要求了解无理数和实数的概念，知道实数和数轴上的点一一对应，能估算无理数的大小；了解实数的运算法则及运算律，会进行实数的运算。重点是实数的意义和实数的分类；实数的运算法则及运算律。

典型例题解析

重点一：有关概念的识别

【例1】下面几个数：1.010010001…，$-\sqrt[3]{0.064}$，3π，$\frac{22}{7}$，$\sqrt{5}$，其中，无理数的个数有（　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

解析：本题主要考察对无理数概念的理解和应用，其中，1.010010001…，3π，$\sqrt{5}$是无理数

故选C.

● 举一反三：

[变式1] 下列说法中正确的是（　）

A. $\sqrt{81}$的平方根是±3　　B. 1的立方根是±1.　　C. $\sqrt{1}=\pm1$　　D. $-\sqrt{5}$是5的平方根的相反数.

[答案] 本题主要考察平方根、算术平方根、立方根的概念.

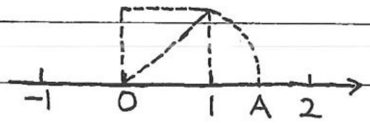
∵ $\sqrt{81}=9$，9的平方根是±3，∴ A正确.

∵ 1的立方根是1，$\sqrt{1}=1$，$-\sqrt{5}$是5的平方根，∴ B.C.D都不正确.

[变式2] 如图，以数轴的单位长度线段为边做一个正方形，以数轴的原点为圆心，正方形对角线长为半径画弧，交数轴正半轴于点A，则点A表示的数是（　）.

NO.

Date · ·



A. $1\frac{1}{2}$　　B. 1.4　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

[答案]. 本题考察了数轴上的点与全体实数的一一对应的关系. ∵正方形的边长为1, 对角线为$\sqrt{2}$, 由圆的定义知$|AO|=\sqrt{2}$, ∴A表示数为$\sqrt{2}$, 故选C.

[变式3] $\sqrt{(3\pi-9)^2}+\sqrt{(3\pi-10)^2}$

[答案] ∵$\pi=3.1415\cdots$, ∴$9<3\pi<10$

因此$3\pi-9>0$, $3\pi-10<0$

∴$\sqrt{(3\pi-9)^2}+\sqrt{(3\pi-10)^2}=|3\pi-9|+|3\pi-10|=3\pi-9-(3\pi-10)=1$

重点二. 计算类型题

【例2】设$\sqrt{26}=a$, 则下列结论正确的是(　)

A. $4.5<a<5.0$　　B. $5.0<a<5.5$

C. $5.5<a<6.0$　　D. $6.0<a<6.5$

解析: (估算) 因为$5=\sqrt{25}<\sqrt{26}$, 所以选B

举一反三:

[变式1]. 求下列各式中的x

(1) $x^2=25$　　(2) $(x-1)^2=9$　　(3) $x^3=-64$

[答案] (1) $x=\pm5$　(2) $x=4$或$x=-2$　(3) $x=-4$

重点三. 数形结合

【例3】点A在数轴上表示的数为$3\sqrt{5}$, 点B在数轴上表示的数为$-\sqrt{5}$, 则A, B两点的

NO.

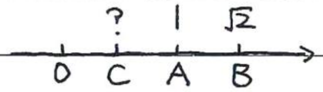
Date

距离为____

解析：在数轴上找到A、B两点，$|AB|=4\sqrt{5}$

举一反三：

[变式1] 如图，数轴上表示1，$\sqrt{2}$的对应点分别为A、B，点B关于点A的对称点为C，则点C表示的数是（ ）.



A. $\sqrt{2}-1$　　B. $1-\sqrt{2}$　　C. $2-\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}-2$

[答案] 选C

[变式2] 已知实数a、b、c在数轴上的位置如图所示：

化简 $|2c-a|+|c-b|-|a+b|-|a-c-b|$

[答案]：$a-b-4c$.

重点四. 实数绝对值的应用

【例4】化简下列各式：

(1) $|\sqrt{2}-1.4\dot{2}|$　　(2) $|\pi-3.142|$

(3) $|\sqrt{2}-\sqrt{3}|$　　(4) $|x-|x-3||\ (x\leq3)$

(5) $|x^2+6x+10|$

分析：要正确去掉绝对值符号，就要弄清绝对值符号内的数是正数、负数

NO.

Date

还是零，然后根据绝对值的定义正确去掉绝对值.

解：(1) $\because \sqrt{2}=1.414\cdots<1.4\dot{2}$

$\therefore |\sqrt{2}-1.4\dot{2}|=1.4\dot{2}-\sqrt{2}$

(2) $\because \pi=3.14159\cdots<3.142$

$\therefore |\pi-3.142|=3.142-\pi$

(3) $\because \sqrt{2}<\sqrt{3}$，$\therefore |\sqrt{2}-\sqrt{3}|=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(4) $\because x\leq 3$，$\therefore x-3\leq 0$，

$\therefore |x-|x-3||=|x-(3-x)|$

$=|2x-3|=\begin{cases}2x-3\ (\frac{3}{2}\leq x\leq 3)\\ 3-2x\ (x<\frac{3}{2})\end{cases}$

● 说明：这里对 $|2x-3|$ 的结果采取了分类讨论的方法，我们对 $|a|=\begin{cases}a\ (a\geq 0)\\ -a\ (a<0)\end{cases}$ 这个绝对值的基本概念要有清楚的认识，并能灵活运用.

(5) $|x^2+6x+10|=|x^2+6x+9+1|=|(x+3)^2+1|$

$\because (x+3)^2\geq 0$，$\therefore (x+3)^2+1>0$

$\therefore |x^2+6x+10|=x^2+6x+10$

● 举一反三：

【变式1】化简：$|\sqrt{3}-2\sqrt{2}|+|\sqrt{2}+\sqrt{3}|-|\sqrt{2}-\sqrt{3}|$

【答案】$|\sqrt{3}-2\sqrt{2}|+|\sqrt{2}+\sqrt{3}|-|\sqrt{2}-\sqrt{3}|=2\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{2}=4\sqrt{2}-\sqrt{3}$

重点五、实数非负性的应用

【例5】已知：$\dfrac{\sqrt{3a-b}+|a^2-49|}{\sqrt{a+7}}=0$，求实数 a、b 的值.

分析：已知等式左边分母 $\sqrt{a+7}$ 不能为0，只能有 $\sqrt{a+7}>0$，则要求 $a+7>0$，分子 $\sqrt{3a-b}+|a^2-49|=0$. 由非负数的和的性质知：$3a-b=0$ 且 $a^2-49=0$. 由此得不等式组 $\begin{cases}3a-b=0\\ a^2-49=0\\ a+7>0\end{cases}$ 从而求出 a、b 的值.

NO.

Date

解：由题意得 $\begin{cases} 3a-b=0 \cdots\cdots(1) \\ a^2-49=0 \cdots\cdots(2) \\ a+7>0 \cdots\cdots(3) \end{cases}$

由(2)得 $a^2=49$ $\therefore a=\pm7$

由(3)得 $a>-7$，$\therefore a=-7$ 不合题意舍去.

$\therefore$ 只取 $a=7$

把 $a=7$ 代入(1)得 $b=3a=21$

$\therefore a=7$，$b=21$ 为所求.

●举一反三：

[变式1] 已知 $(x-6)^2+\sqrt{(2x-6y)^2}+|y+2z|=0$，求 $(x-y)^3-z^3$ 的值.

解：$\because (x-6)^2+\sqrt{(2x-6y)^2}+|y+2z|=0$

且 $(x-6)^2\geq0$，$\sqrt{(2x-6y)^2}\geq0$，$|y+2z|\geq0$.

几个非负数的和等于零，则必有每个加数都为0.

$\begin{cases} x-6=0 \\ 2x-6y=0 \\ y+2z=0 \end{cases}$ $\therefore$ 解这个方程组得 $\begin{cases} x=6 \\ y=2 \\ z=-1 \end{cases}$

$\therefore (x-y)^3-z^3=(6-2)^3-(-1)^3=64+1=65$

[变式2] 已知 $\sqrt{a-2}+(b+5)^2+|c+1|=0$ 那么 $a+b-c$ 的值为____

[答案] 初中阶段的三个非负数：$\sqrt{a}\geq0$，$a^2\geq0$，$|a|\geq0$

$a=2$，$b=-5$，$c=-1$；$a+b-c=-2$

重点六、实数应用题

【例6】有一个边长为11cm的正方形和一个长为13cm，宽为8cm的矩形，要作一

NO.

Date

个面积为这两个图形的面积之和的正方形，问边长应为多少cm.

解：设新正方形边长为xcm.

根据题意得 $x^2=11^2+13\times8$

$\therefore x^2=225$

$\therefore x=\pm15$

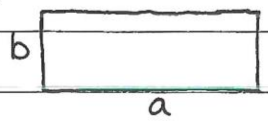
$\because$ 边长为正，$\therefore x=-15$ 不合题意舍去

$\therefore$ 只取 $x=15$ (cm)

答：新的正方形边长应取15cm.

● 举一反三：

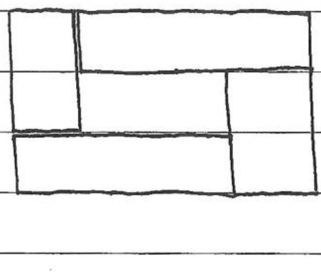
[变式1] 拼一拼，画一画：请你用4个长为a，宽为b的矩形拼成一个大正方形，并且正中间留下的空白区域恰好是一个小正方形。(4个长方形拼图时不重叠)



(1) 计算中间的小正方形的面积，聪明的你能发现什么？

(2) 当拼成的这个大正方形边长比中间小正方形边长多3cm时，大正方形的面积就比小正方形的面积多24cm²，求中间小正方形的边长。

解析：(1) 如图，中间小正方形的边长是：



$a-b$，所以面积为 $=(a-b)^2$

大正方形的面积 $=(a+b)^2$，

一个长方形的面积 $=ab$。

所以，$(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

$=a^2+2ab+b^2$

答：中间的小正方形的面积 $(a-b)^2$，

NO.

Date

发现的规律是：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$（或$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$）

(2) ∵大正方形的边长：$a+b$，∵小正方形的边长：$a-b$

∴$(a+b)-(a-b)=3$，即$2b=3$，$b=1.5$

又∵大正方形的面积比小正方形的面积多$24cm^2$

所以有，$(a+b)^2-(a-b)^2=24$

化简得：$4ab=24$

将$b=1.5$代入，得：$a=4$

∴$a-b=4-1.5=2.5cm$

答：中间小正方形的边长2.5cm.

重点七. 易错题

【例7】判断下列说法是否正确

(1) $(-3)^2$的算术平方根是-3；　　(2) $\sqrt{225}$的平方根是±15.

(3) 当$x=0$或2时，$x\sqrt{x-2}=0$　　(4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$是分数

解析：(1)错在对算术平方根的理解有误，算术平方根是非负数，故$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$

(2) $\sqrt{225}$表示225的算术平方根，即$\sqrt{225}=15$，实际上，本题是求15的平方根，故$\sqrt{225}$的平方根是$\pm\sqrt{15}$.

(3). 注意到，当$x=0$时，$\sqrt{x-2}=\sqrt{0-2}=\sqrt{-2}$，显然此式无意义，发生错误的原因是忽视了"负数没有平方根"，故$x\neq0$，所以当$x=2$时，$x\sqrt{x-2}=0$.

(4) 错在对实数的概念理解不清，$\frac{\sqrt{3}}{2}$形如分数，但不是分数，它是无理数.

NO.

Date

第四章 一次函数

知识概念

(一) 函数

1. 变量：在一个变化过程中可以取不同数值的量.

常量：在一个变化过程中只能取同一个数值的量.

2. 函数：一般的，在一个变化过程中，如果有两个变量x和y，并且对于x的每一个确定的值，y都有唯一确定的值与其对应，那么我们就把x称为自变量，把y称为因变量，y是x的函数。

★判断y是否为x的函数，只要看x取值确定的时候，y是否有唯一确定的值与之对应.

3. 定义域：一般的，一个函数的自变量允许取值的范围，叫做这个函数的定义域。

4. 确定函数定义域的方法：

(1) 关系式为整式时，函数定义域为全体实数；

(2) 关系式含有分式时，分式的分母不等于零；

(3) 关系式含有二次根式时，被开放方数大于等于零；

(4) 关系式中含有指数为零的式子时，底数不等于零；

(5) 实际问题中，函数定义域还要和实际情况相符合，使之有意义.

5. 函数的解析式：用含有表示自变量的字母的代数式表示因变量的式子叫做函数的解析式.

6. 函数的图像

一般来说，对于一个函数，如果把自变量与函数的每对对应值分别作为点的横、纵坐标，那么坐标平面内由这些点组成的图形，就是这个函数的图像.

7. 描点法画函数图形的一般步骤.

NO.

Date

①第一步：列表（表中给出一些自变量的值及其对应的函数值）；

②第二步：描点（在直角坐标系中，以自变量的值为横坐标，相应的函数值为纵坐标，描出表格中数值对应的各点）；

③第三步：连线（按照横坐标由小到大的顺序把所描出的各点用平滑曲线连接起来）。

8．函数的表示方法

列表法：一目了然，使用起来方便，但列出的对应值是有限的，不易看出自变量与函数之间的对应规律。

解析式法：简单明了，能够准确地反映整个变化过程中自变量与函数之间的相依关系，但有些实际问题中的函数关系，不能用解析式表示。

图像法：形象直观，但只能近似地表达两个变量之间的函数关系。

（二）一次函数

1、一次函数的定义

一般地，形如$y=kx+b$（k，b是常数，且$k\neq0$）的函数，叫做一次函数，其中x是自变量。当$b=0$时，一次函数$y=kx$，又叫做正比例函数。

(1) 一次函数的解析式的形式是$y=kx+b$，要判断一个函数是否是一次函数，就是判断是否能化成以上形式。

(2) 当$b=0$，$k\neq0$时，$y=kx$仍是一次函数。

(3) 当$b=0$，$k=0$时，它不是一次函数。

(4) 正比例函数是一次函数的特例，一次函数包括正比例函数。

2、正比例函数及性质

一般地，形如$y=kx$（k是常数，$k\neq0$）的函数叫做正比例函数，其中k叫做比例系数。

NO.

Date · ·

注：正比例函数一般形式 $y=kx$（k不为零）. ①k不为零 ②x指数为1 ③b取零

当$k>0$时，直线$y=kx$经过三、一象限，从左向右上升，即随x的增大y也增大；当$k<0$时，直线$y=kx$经过二、四象限，从左向右下降，即随x增大y反而减小.

(1) 解析式：$y=kx$（k是常数，$k\neq0$）

(2) 必过点：$(0,0)$、$(1,k)$

(3) 走向：$k>0$时，图像经过一、三象限；$k<0$时，图像经过二、四象限.

(4) 增减性：$k>0$，y随x的增大而增大；$k<0$，y随x增大而减小

(5) 倾斜度：$|k|$越大，越接近y轴；$|k|$越小，越接近x轴.

3. 一次函数及性质

一般地，形如$y=kx+b$（k，b是常数，$k\neq0$），那么y叫做x的$\boxed{\text{一次函数}}$. 当$b=0$时，$y=kx+b$即$y=kx$，所以说正比例函数是一种特殊的一次函数.

注：一次函数一般形式 $y=kx+b$（k不为零）

① k不为零

② x指数为1

③ b取任意实数

4. 正比例函数与一次函数之间的关系.

一次函数$y=kx+b$的图像是一条直线，它可以看作是由直线$y=kx$平移$|b|$个单位长度而得到（当$b>0$时，向上平移；当$b<0$时，向下平移）

5. 直线$y=k_1x+b_1$（$k_1\neq0$）与$y=k_2x+b_2$的位置关系

(1) 两直线平行$\Leftrightarrow$ $\boxed{k_1=k_2 \text{且} b_1\neq b_2}$

(2) 两直线相交$\Leftrightarrow$ $\boxed{k_1\neq k_2}$

(3) 两直线重合$\Leftrightarrow$ $\boxed{k_1=k_2 \text{且} b_1=b_2}$

(4) 两直线垂直$\Leftrightarrow$ $\boxed{k_1k_2=-1}$

NO.

Date

7. 用待定系数法确定函数解析式的一般步骤.

(1) 根据已知条件写出含有待定系数的函数关系式;

(2) 将X、Y的几对值或图象上的几个点的坐标代入上述函数关系式中得到以待定系数为未知数的方程;

(3) 解方程得出未知系数的值;

(4) 将求出的待定系数代回所求的函数关系式中得出所求函数的解析式。

一次函数是初中学习函数的开始,也是今后学习其它函数知识的基石。在学习本章的内容时,应该多从实际问题出发,引出变量,从具体到抽象的认识事物,培养良好的变化与对应意识,体会数形结合的思想。在学习过程中,应更加侧重于理解和运用,在理解解决实际问题的同时,体会到数学的实用价值和乐趣。

经典例题解析

【例1】已知正比例函数 $Y=k_1X$ 的图像与一次函数 $y=k_2x-9$ 的图像相交于点P(3,-6),求 k_1, k_2 的值.

如果一次函数 $y=k_2x-9$ 的图像与X轴交于点A 求出点A坐标

解: 因为正比例函数和一次函数都经过(3,-6)

所以这点在两函数图像上

所以,当 $x=3$ $y=-6$ 分别代入得

$k_1=-2$ $k_2=1$

若一次函数图像与X轴交于点A 说明A的纵坐标为0

把 $y=0$ 代入到 $y=x-9$ 中得 $x=9$

所以A(9,0)

【例2】已知函数 $y=kx+b$ 的图像经过点A(4,3)且与一次函数 $y=x+1$ 的图象平行,点B(2,m)

NO.

Date . .

在一次函数$y=kx+b$的图像上

(1) 求此一次函数的表达式和m的值?

(2) 若在X轴上有一动点P(X,0),到定点A(4,3)、B(2,m)的距离分别为PA和PB,当点P的横坐标为多少时,PA+PB的值最小?

解:两直线平行,斜率相等

故$k=1$,即直线方程为$y=x+b$经过点(4,3)代入有:

$b=-1$

故一次函数的表达式为:$y=x-1$

经过点(2,m)代入有:

$m=1$

2) A(4,3),B(2,1)要使得PA+PB最小,则P,A,B在一直线上AB的直线方程为:

$(y-1)/(3-1)=(x-2)/(4-2)$ 过点(x,0)代入有:

$(0-1)/2=(x-2)/2$

$x=1$

即当点P的横坐标为1时,PA+PB的值最小.

【例3】在平面直角坐标系中,一个一次函数的图像过点B(-3,4),与y轴交于点A,且OA=OB:求这个一次函数解析式

解:设这个一次函数解析式为$y=kx+b$

∵ $y=kx+b$经过点B(-3,4),与y轴交于点A,且OA=OB

∴ $-3k+b=4$

$3k+b=0$

∴ $\begin{cases} k=-2/3 \\ b=2 \end{cases}$

NO.

Date

∴这个函数解析式为 $y=-2/3x+2$

解2 根据勾股定理求出 $OA=OB=5$.

所以：分为两种情况:

当 $A(0,5)$ 时. 将 $B(-3,4)$ 代入 $y=kx+b$ 中. $y=x/3+5$.

当 $A(0,-5)$. 将 $B(-3,4)$ 代入 $y=kx+b$ 中. $y=3x+5$

NO.

Date · ·

第五章 整式的乘除与分解因式

1. 同底数幂的乘法法则：$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$（m.n都是正数）

2. 幂的乘方法则：$(a^m)^n = a^{mn}$（m.n都是正数）

一般地，$(-a)^n = \begin{cases} a^n（当n为偶数时）\\ -a^n（当n为奇数时）\end{cases}$

3. 整式的乘法

(1) 单项式乘法法则：单项式相乘，把它们的系数、相同字母分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，连同它的指数作为积的一个因式.

(2) 单项式与多项式相乘：单项式乘以多项式，是通过乘法对加法的分配律，把它转化为单项式乘以单项式，即单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.

(3) 多项式与多项式相乘：多项式与多项式相乘，先用一个多项式中的每一项乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

4. 平方差公式：$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

5. 完全平方公式：$(a\pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

6. 同底数幂的除法法则：同底数幂相除，底数不变，指数相减，即 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ （$a \neq 0$，m.n都是正数，且 $m>n$）.

★ 在应用时需要注意以下几点：

① 法则使用的前提条件是"同底数幂相除"而且0不能做除数，所以法则中 $a \neq 0$.

NO.

Date

② 任何不等于0的数的0次幂等于1. 即$a^0=1(a\neq0)$. 如$10^0=1$, $(-2.5^0=1)$, 即0^0无意义。

③ 任何不等于0的数的$-p$次幂(p是正整数), 等于这个数的p的次幂的倒数. 即($a\neq0$, p $a^{-p}=\frac{1}{a^p}$是正整数), 而0^{-1}, 0^{-3}都是无意义的; 当$a>0$时, a^{-p}的值一定是正的; 当$a<0$时, a^{-p}的值可能是正也可能是负的. 如$(-2)^{-2}=\frac{1}{4}$, $(-2)^{-3}=-\frac{1}{8}$.

④ 运算要注意运算顺序.

7. 整式的除法

单项式除法单项式: 单项式相除, 把系数、同底数幂分别相除, 作为商的因式对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数作为商的一个因式;

多项式除以单项式: 多项式除以单项式, 先把这个多项式的每一项除以单项式, 再把所得的商相加.

8. 分解因式: 把一个多项式化成几个整式的积的形式, 这种变形叫做把这个多项式$\boxed{\text{分解因式}}$。

分解因式的一般方法: 1. 提公因式法 2. 运用公式法 3. 十字相乘法

分解因式的步骤:

(1) 先看各项有没有公因式, 若有, 则先提取公因式;

(2) 再看能否使用公式法;

(3) 用分组分解法, 即通过分组后提取各组公因式或运用公式法来达到分解的目的;

(4) 因式分解的最后结果必须是几个整式的乘积, 否则不是因式分解;

(5) 因式分解的结果必须进行到每个因式在有理数范围内不能再分解为止.

整式的乘除与分解因式这章内容知识点较多, 表面看来零碎的概念和性质也较

NO.

Date · ·

多.但实际上是密不可分的整体。在学习本章内容时,应多准备些小组合作与交流活动,培养学生推理能力.计算能力。在做题中体验数学法则.公式的简洁美.和谐美、提高做题效率.

分解因式的常用方法笔记

知识要点

1. 因式分解的思路与解题步骤:

(1) 先看各项有没有公因式,若有,则先提取公因式;

(2) 再看能否使用公式法;

(3) 用分组分解法,即通过分组后提取各组公因式或运用公式法来达到分解的目的;

(4) 因式分解的最后结果必须是几个整式的乘积,否则不是因式分解;

(5) 因式分解的结果必须进行到每个因式在有理数范围内不能再分解为止.

2. 提公共因式法

(1). 如果一个多项式的各项含有公因式,那么就可以把这个公因式提出来,从而将多项式化成两个因式乘积的形式。这种分解因式的方法叫做 $\boxed{\text{提公因式法}}$。

如: $ab+ac=a(b+c)$

(2). 概念内涵:

(1) 因式分解的最后结果应当是"积";

(2) 公因式可能是单项式,也可能是多项式;

(3) 提公因式法的理论依据是乘法对加法的分配律:即: $ma+mb-mc=m(a+b-c)$

★(3). 易错点:

(1) 注意项的符号与幂指数是否搞错;

(2) 公因式是否提"干净";

NO.

Date

③ 多项式中某一项恰为公因式，提出后，括号中这一项为+1，不漏掉。

3. 运用公式法

(1)、如果把乘法公式反过来，就可以用来把某些多项式分解因式，这种分解因式的方法叫做$\boxed{\text{运用公式法}}$。

(2)、主要公式：

(1)平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

(2)完全平方公式：$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

(3)、易错点：

因式分解要分解到底，如$x^4-y^4=(x^2+y^2)(x^2-y^2)$就没有分解到底。

4. 怎样选择公式

(1). 平方差公式：

① 应是二项式或视作二项式的多项式；

② 二项式的每项(不含符号)都是一个单项式(或多项式)的平方；

③ 二项是异号。

(2). 完全平方公式：

① 应是三项式；

② 其中两项同号，且各为一整式的平方；

③ 还有一项可正负，且它是前两项幂的底数乘积的2倍。

5. 分组分解法：

(1). $\boxed{\text{分组分解法}}$：利用分组来分解因式的方法叫做分组分解法。

如：$am+an+bm+bn=a(m+n)+b(m+n)=(a+b)(m+n)$

NO.

Date

⑵. 概念内涵：

分组分解法的关键是如何分组，要尝试通过分组后是否有公因式可提，并且可继续分解，分组后是否可利用公式法继续分解因式.

⑶. 注意：分组时要注意符号的变化

6. 十字相乘法

有些二次三项式，可以把第一项和第三项的系数分别分解为两个数之积，然后借助画十字交叉线的方法，把二次三项式进行因式分解，这种方法叫$\boxed{\text{十字相乘法}}$.

简单的说十字相乘法就是：十字左边相乘等于二次项系数，右边相乘等于常数项，交叉相乘再相加等于一次项系数.

注意：十字相乘法不是适合所有二次三项式，只有在一次项系数和二次项系数以及常数项存在一种特殊关系时才能用，这个特殊关系我们通过例题来说明：

【例】分解x^2+6x-7

$x^2+6x-7=$ 　　步骤

⇓　　⇓　　①竖分二次项与常数项

1　　7　　②交叉相乘，和相加

1　　-1　　③检验确定，横写因式

$=(x+7)(x-1)$

顺口溜：竖分常数交叉验，横写因式不能乱.

● 分析：

第一步：观察常数项-7和二次项系数1以及一次项系数6我们可以得出：因为$-7=7\times(-1)$

所以把-7列竖式表示为7，-1，如上图；二次项系数$1=1\times1$，所以列竖式1，1我们把它们交叉相乘然后相加得到$7-1=6$，我们发现刚好是一次项系数于是决定用十字

相乘法。这一步也是能不能使用十字相乘法的条件。

第二步：我们把横着的第一排1、7用括号括起来写成$(1x+7)$，1为x的系数，把第二排1、-1也用括号括起来$(1x-1)$，最后把两个括号括起来的相乘就得到最终结果。

第三步，写出分解结果得：$(1x+7)\times(1x-1)$

● 注意：我们在用十字相乘法之前一定要根据第一步判断是否能用十字相乘法。我们在分解常数项和二次项系数时要变化多端，目的是交叉相乘之和要等于一次项系数，如何分配常数项和二次项系数时变化要根据情况而定。十字相乘法在对系数分解时易出错，因此我们要小心：分解的结果与原式不等，这时通常采用多项式乘法还原后检验分解的是否正确。

★ 易错点：

(1) 十字相乘法在对系数分解时易出错；

(2) 分解的结果与原式不等，这时通常采用多项式乘法还原后检验分解的是否正确。

三、经验之谈：

通常，把一个多项式分解因式，应先提公因式，再应用公式法，或者其他方法。进行多项式因式分解时，必须把每一个因式都分解到不能再分解为止。

NO.
Date · ·

八年级数学(下)知识点

八年级下册主要包括了分式、反比例函数、勾股定理、四边形、数据的分析五章内容.

第一章 分式

知识概念

知识点一：分式的定义

一般地，如果A、B表示两个整数，并且B中含有字母，那么式子$\frac{A}{B}$叫做$\boxed{分式}$，A为分子，B为分母。

知识点二：与分式有关的条件

①分式有意义：分母不为0（$B\neq0$）

②分式无意义：分母为0（$B=0$）

③分式值为0：分子为0且分母不为0（$\begin{cases}A=0\\B\neq0\end{cases}$）

④分式值为正或大于0：分子分母同号（$\begin{cases}A>0\\B>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}A<0\\B<0\end{cases}$）

⑤分式值为负或小于0：分子分母异号（$\begin{cases}A>0\\B<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}A<0\\B>0\end{cases}$）

⑥分式值为1：分子分母值相等（$A=B$）

⑦分式值为-1：分子分母值互为相反数（$A+B=0$）

知识点三：分式的基本性质

分式的分子和分母同乘（或除以）一个不等于0的整式，分式的值不变.

NO.

Date

字母表示：$\frac{A}{B}=\frac{A\cdot C}{B\cdot C}$，$\frac{A}{B}=\frac{A\div C}{B\div C}$，其中A、B、C是整式，$C\neq0$.

拓展：分式的符号法则：分式的分子、分母与分式本身的符号，改变其中任何两个，分式的值不变，即

$$\frac{A}{B}=\frac{-A}{-B}=-\frac{-A}{B}=-\frac{A}{-B}$$

★注意：在应用分式的基本性质时，要注意$C\neq0$这个限制条件和隐含条件$B\neq0$.

知识点四：分式的约分

定义：根据分式的基本性质，把一个分式的分子与分母的公因式约去，叫做分式的约分。

步骤：把分式分子分母因式分解，然后约去分子与分母的公因。

注意：

①分式的分子与分母为单项式时可直接约分，约去分子、分母系数的最大公约数，然后约去分子分母相同因式的最低次幂.

②分子分母若为多项式，约分时先对分子分母进行因式分解，再约分.

知识点五：最简分式的定义

一个分式的分子与分母没有公因式时，叫做最简分式。

知识点六：分式的通分

①分式的通分：根据分式的基本性质，把几个异分母的分式分别化成与原来的分式相等的同分母分式，叫做分式的通分。

②分式的通分最主要的步骤是最简公分母的确定。

最简公分母的定义：取各分母所有因式的最高次幂的积作公分母，这样的公分母叫做最简公分母。

确定最简公分母的一般步骤：

NO.

Date

Ⅰ 取各分母系数的最小公倍数.

Ⅱ. 单独出现的字母(或含有字母的式子)的幂的因式连同它的指数作为一个因式;

Ⅲ. 相同字母(或含有字母的式子)的幂的因式取指数最大的.

Ⅳ. 保证凡出现的字母(或含有字母的式子)为底的幂的因式都要取.

注意: 分式的分母为多项式时, 一般先应因式分解.

知识点七: 分式的四则运算与分式的乘方

① 分式的乘除法法则: 分式乘分式, 用分子的积作为积的分子, 分母的积作为积的分母. 式子表示为: $\boxed{\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}}$

分式除以分式: 把除式的分子、分母颠倒位置后, 与被除式相乘。式子表示为 $\boxed{\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}}$

② 分式的乘方: 把分子、分母分别乘方。式子 $\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}}$

③ 分式的加减法则:

同分母分式加减法: 分母不变, 把分子相加减。式子表示为 $\boxed{\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}}$

异分母分式加减法: 先通分, 化为同分母的分式, 然后再相减。式子表示为 $\boxed{\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}}$

整式与分式加减法: 可以把整式当作一个整数, 整式前面是负号, 要加括号, 看作是分母为1的分式, 再通分。

④ 分式的加、减、乘、除、乘方的混合运算的运算顺序.

先乘方, 再乘除、后加减, 同级运算中, 谁在前先算谁, 有括号的先算括号里面的, 也要注意灵活, 提高解题质量.

注意:

在运算过程中, 要明确每一步变形的目的和依据, 注意解题的格式要规范, 不要随便跳步, 以便查对有无错误或分析出错的原因.

NO.

Date

分式方程及其应用

1. 解分式方程的基本思想：把分式方程转化为整式方程.

2. 解分式方程的一般步骤：

(1) 在方程的两边都乘以最简公分母，约去分母，化成整式方程；

(2) 解这个整式方程；

(3) 验根：把整式方程的根代入最简公分母，看结果是否等于零，使最简公分母等于零的根是原方程的增根，必须舍去，但对于含有字母系数的分式方程，一般不要求检验.

★ 3. 列分式方程解应用题和列整式方程解应用题步骤基本相同，但必须注意，要检验求得的解是否为原方程的根，以及是否符合题意。

[分类解析]

【例1】解方程：$\frac{x}{x-1}-\frac{2}{x+1}=1$

分析：首先要确定各分式分母的最简公分母，在方程两边乘这个公分母时不要漏乘，解完后记着要验根

解：方程两边都乘以$(x+1)(x-1)$，得

$x^2-2(x-1)=(x+1)(x-1)$，

即$x^2-2x-x^2=-1-2$，

$\therefore x=\frac{3}{2}$

经检验：$x=\frac{3}{2}$是原方程的根。

【例2】解方程：$\frac{12x-10}{4x-3}+\frac{32x-34}{8x-9}=\frac{24x-23}{8x-7}+\frac{16x-19}{4x-5}$

分析：方程中的每个分式都相当于一个假分数，因此，可化为一个整数与一个简单的分数式之和.

解：由原方程得：$3-\frac{1}{4x-3}+4+\frac{2}{8x-9}=3-\frac{2}{8x-7}+4+\frac{1}{4x-5}$

NO.

Date

即$\frac{2}{8x-9}-\frac{2}{8x-6}=\frac{2}{8x-10}-\frac{2}{8x-7}$

于是$\frac{1}{(8x-9)(8x-6)}=\frac{1}{(8x-10)(8x-7)}$,

所以$(8x-9)(8x-6)=(8x-10)(8x-7)$

解得:$x=1$

经检验:$x=1$是原方程的根。

【中考题解】

【例1】若解分式方程$\frac{2x}{x+1}-\frac{m+1}{x^2+x}=\frac{x+1}{x}$产生增根,则m的值是(　　)

A. -1或-2　　　　B. -1或2

C. 1或2　　　　D. 1或-2

分析:分式方程产生的增根,是使分母为零的未知数的值。由题意得增根是:$x=0$或$x=-1$,化简原方程为:$2x^2-(m+1)=(x+1)^2$,把$x=0$或$x=-1$代入解得$m=1$或-2,故选择D.

【题型展示】

【例1】m为何值时,关于x的方程$\frac{2}{x-2}+\frac{mx}{x^2-4}=\frac{3}{x+2}$会产生增根?

解:方程两边都乘以x^2-4,得$2x+4+mx=3x-6$

整理,得$(m-1)x=-10$

当$m\neq1$时,$x=-\frac{10}{m-1}$

如果方程产生增根,那么$x^2-4=0$,即$x=2$或$x=-2$

(1)若$x=2$,则$-\frac{10}{m-1}=2$　$\therefore m=-4$

(2)若$x=-2$,则$-\frac{10}{m-1}=-2$　$\therefore m=6$

(3)综上所述,当$m=-4$或6时,原方程产生增根

★说明:分式方程的增根,一定是使最简公分母为零的根.

NO.

Date

第二章 反比例函数

知识概念

1. 反比例函数：形如 $y=\frac{k}{x}$（k为常数，$k\neq0$）的函数称为反比例函数。其他形式 $xy=k$ $y=kx^{-1}$ $y=k\frac{1}{x}$

2. 反比例函数解析式的特征：

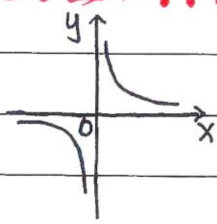
(1) 等号左边是函数y，等号右边是一个分式。分子是不为零的常数k（也叫做比例系数k），分母中含有自变量x，且指数为1.

(2) 比例系数 $k\neq0$

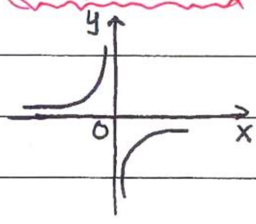
(3) 自变量x的取值为一切非零实数。

(4) 函数y的取值是一切非零实数.

3. 图像：反比例函数的图像属于双曲线。反比例函数的图像既是轴对称图形又是中心对称图形。有两条对称轴：直线 $y=x$ 和 $y=-x$。对称中心是：原点



$k>0$



$k<0$

4. 性质：当 $k>0$ 时双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每个象限内y值随x值的增大而减小；

当 $k<0$ 时双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每个象限内y值随x值的增大而增大。

NO.

Date

5. 反比例函数性质如下表：

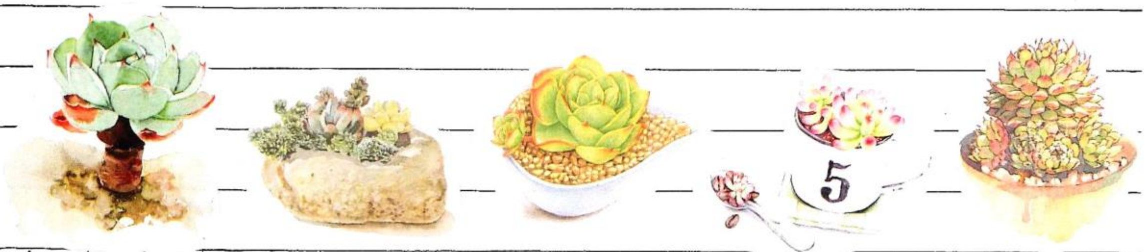
k的取值	图像所在象限	函数的增减性
$k>0$	一、三象限	在每个象限内，y值随x的增大而减小
$k<0$	二、四象限	在每个象限内，y值随x的增大而增大

6. 反比例函数解析式的确定：利用待定系数法（只需一对对应值或图像上一个点的坐标即可求出k）

7. "反比例关系"与"反比例函数"：成反比例的关系式不一定是反比例函数。

8. |k|的几何意义：表示反比例函数图像上的点向两坐标轴所作的垂线段与两坐标轴围成的矩形的面积。

在学习反比例函数时，对比之前所学习的一次函数启发学生进行对比性学习，在做题时，培养和养成数形结合的思想。



NO.

Date

反比例函数的应用笔记

典例剖析

【例1】如果函数 $y=kx^{2k^2+k-2}$ 的图像是双曲线，且在第二、四象限内，那么的值是多少？

[解析] 有函数图像为双曲线则此函数为反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，$(k\neq 0)$ 即 $y=kx^{-1}$ $(k\neq 0)$ 又在第二、四象限内，则 $k<0$ 可以求出的值。

[答案] 由反比例函数的定义，得：$\begin{cases}2k^2+k-2=-1\\k<0\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1\text{ 或 }k=\frac{1}{2}\\k<0\end{cases}$

$\therefore k=-1$

$\therefore k=-1$ 时函数 $y=kx^{2k^2+k-2}$ 为 $y=-\frac{1}{x}$

【例2】如果一次函数 $y=mx+n(m\neq 0)$ 与反比例函数 $y=\frac{3n-m}{x}$ 的图像相交于点 $(\frac{1}{2},2)$，那么该直线与双曲线的另一个交点为(　　)

[解析]

$\because$ 直线 $y=mx+n$ 与双曲线 $y=\frac{3n-m}{x}$ 相交于 $(\frac{1}{2},2)$，$\therefore \begin{cases}\frac{1}{2}m+n=2\\3n-m=1\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=2\\n=1\end{cases}$

$\therefore$ 直线为 $y=2x+1$，双曲线为 $y=\frac{1}{x}$ 解方程组 $\begin{cases}y=2x+1\\y=\frac{1}{x}\end{cases}$

得 $\begin{cases}x_1=-1\\y_1=-1\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=\frac{1}{2}\\y_2=2\end{cases}$

$\therefore$ 另一个点为 $(-1,-1)$

NO.

Date · ·

第三章 勾股定理

知识概念

1、勾股定理

直角三角形两直角边a、b的平方和等于斜边c的平方。(即:$a^2+b^2=c^2$)

● 要点诠释:

勾股定理反映了直角三角形三边之间的关系,是直角三角形的重要性质之一,其主要应用:

(1) 已知直角三角形的两边求第三边(在△ABC中,∠C=90°,则$c=\sqrt{a^2+b^2}$,$b=\sqrt{c^2-a^2}$,$a=\sqrt{c^2-b^2}$)

(2) 已知直角三角形的一边与另两边的关系,求直角三角形的另两边

(3) 利用勾股定理可以证明线段平方关系的问题.

2、勾股定理的逆定理

如果三角形的三边长:a、b、c,则有关系$a^2+b^2=c^2$,那么这个三角形是直角三角形。

● 要点诠释:

勾股定理的逆定理是判定一个三角形是否是直角三角形的一种重要方法,它通过"数转化为形"来确定三角形的可能形状,在运用这一定理时应注意:

(1) 首先确定最大边,不妨设最长边长为:c;

(2) 验证c^2与a^2+b^2是否具有相等关系,若$c^2=a^2+b^2$,则△ABC是以∠C为直角的直角三角形.

★(若$c^2>a^2+b^2$,则△ABC是以∠C为钝角的钝角三角形;若$c^2<a^2+b^2$,则△ABC为锐角三角形)。

NO.

Date . .

★(定理中a,b,c及$a^2+b^2=c^2$只是一种表现形式,不可认为是唯一的,如若三角形三边长a,b,c满足$a^2+c^2=b^2$,那么以a,b,c为三边的三角形是直角三角形,但是b为斜边)

3:勾股定理与勾股定理逆定理的区别与联系

区别:勾股定理是直角三角形的性质定理,而其逆定理是判定定理;

联系:勾股定理与其逆定理的题设和结论正好相反,都与直角三角形有关.

4.互逆命题的概念

如果一个命题的题设和结论分别是另一个命题的结论和提设,这样的两个命题叫做互逆命题。如果把其中一个叫做原命题,那么另一个叫做它的逆命题.

● 规律方法指导

1.勾股定理的证明实际采用的是图形面积与代数恒等式的关系相互转化证明的。

2.勾股定理反映的是直角三角形的三边的数量关系,可以用于解决求解直角三角形边边关系的题目。

3.勾股定理在应用时一定要注意弄清谁是斜边谁直角边,这是这个知识在应用过程中易犯的主要错误.

4.勾股定理的逆定理:如果三角形的三条边长a,b,c有下列关系:$a^2+b^2=c^2$,那么这个三角形是直角三角形;该逆定理给出判定一个三角形是否是直角三角形的判定方法.

5.应用勾股定理的逆定理判定一个三角形是不是直角三角形的过程主要是进行代数运算,通过学习加深对"数形结合"的理解.

我们把题设、结论正好相反的两个命题叫做互逆命题。如果把其中一个叫做原命题,那么另一个叫做它的逆命题。(例:勾股定理与勾股定理逆定理)

NO.

Date · ·

5. 勾股定理的证明

勾股定理的证明方法很多,常见的是拼图的方法

用拼图的方法验证勾股定理的思路是

①图形进过割补拼接后,只要没有重叠,没有空隙,面积不会改变

②根据同一种图形的面积不同的表示方法,列出等式,推导出勾股定理常见方法如下:

- 方法一:$4S_{\triangle}+S_{正方形EFGH}=S_{正方形ABCD}$,$4\times\frac{1}{2}ab+(b-a)^2=c^2$,化简可证.
- 方法二:

四个直角三角形的面积与小正方形面积的和等于大正方形的面积.

四个直角三角形的面积与小正方形面积的和为$S=4\times\frac{1}{2}ab+c^2=2ab+c^2$

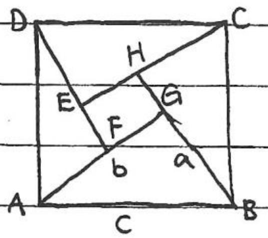
大正方形面积为$S=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 所以$a^2+b^2=c^2$

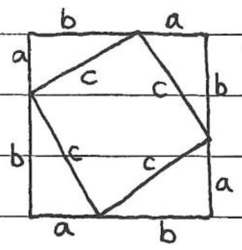
6、勾股数

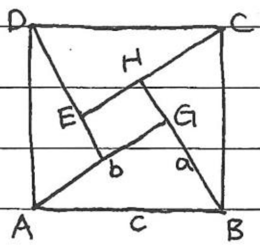
①能够构成直角三角形的三边长的三个正整数称为$\boxed{勾股数}$,即$a^2+b^2=c^2$中,a.b.c为正整数时,称a.b.c为一组勾股数.

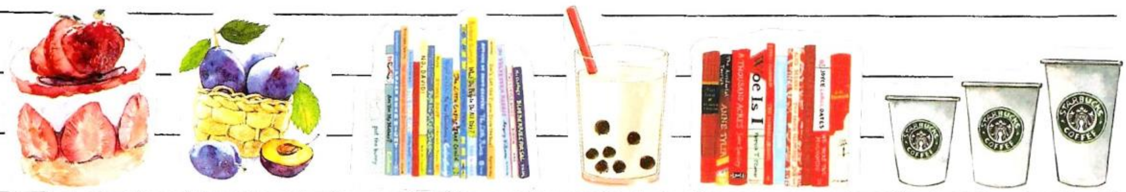
②记住常见的勾股数可以提高解题速度,如3.4.5;6.8.10;5.12.13;7.24.25等

勾股定理是直角三角形具备的重要性质。本章要求在理解勾股定理的前提下,学会利用这个定理解决实际问题。可以通过自主学习的发展体验获取数学知识的感受.









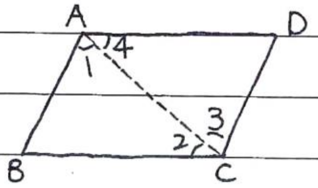
NO.

Date

第四章 四边形

知识概念

1. 平行四边形定义：有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.



$AB \parallel CD$，$AD \parallel BC$

$AB=CD$，$AD \parallel BC$

$\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$

2. 平行四边形的性质：平行四边形的对边相等；平行四边形的对角相等。平行四边形的对角线互相平分。

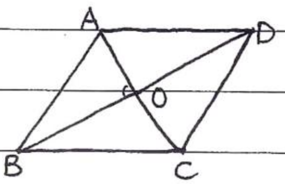
3. 平行四边形的判定

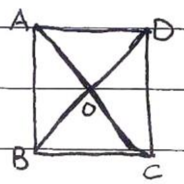
① 两组对边分别相等的四边形是平行四边形

② 对角线互相平分的四边形是平行四边形；

③ 两组对角分别相等的四边形是平行四边形；

④ 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.





4. 三角形中位线平行于三角形的第三边，且等于第三边的一半。

5. 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

6. 矩形的定义：有一个角是直角的平行四边形.

7. 矩形的性质：矩形的四个角都是直角；矩形的对角线平分且相等. $AC=BD$

8. 矩形判定定理.

① 有一个角是直角的平行四边形叫做矩形.

② 对角线相等的平行四边形是矩形.

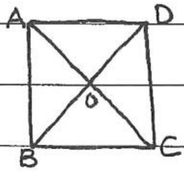
NO.

Date . .

③有三个角是直角的四边形是矩形.

9.菱形的定义：邻边相等的平行四边形.

10.菱形的性质：菱形的四条边都相等；菱形的两条对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角.



11.菱形的判定定理：

①一组邻边相等的平行四边形是菱形.

②对角线互相垂直的平行四边形是菱形.

③四条边相等的四边形是菱形.

12. $\boxed{S_{菱形}=\frac{ab}{2}}$ （a.b为两条对角线）

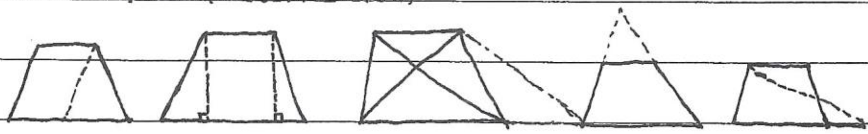
13.正方形定义：一个角是直角的菱形或邻边相等的矩形.

14.正方形的性质：四条边都相等.四个角都是直角。正方形既是矩形,又是菱形.

15.正方形判定定理：

1.邻边相等的矩形是正方形.

2.有一个角是直角的菱形是正方形.



16.梯形的定义：一组对边平行,另一组对边不平行的四边形叫做梯形.

17.直角梯形的定义：有一个角是直角三角形的梯形

18.等腰梯形的定义：两腰相等的梯形.

19.等腰梯形的性质：等腰梯形同一底边上的两个角相等；等腰梯形的两条对角线相等.

20.等腰梯形判定定理：同一底上两个角相等的梯形是等腰梯形.

本章内容是对平面上四边形的分类及性质上的研究.要求在学习过程中多动手多动脑,把自己的发现和知识带入做题中。

NO.

Date

四边形典例解析

1. 若一个多边形的内角和是外角和的5倍，则这个多边形的边数是……（ ）

(A) 9　　(B) 10　　(3) 11　　(4) 12

[提示] 为了便于计算，设每个内角都相等，那么每个内角是每个外角的5倍.

[答案] D.

2. 已知菱形ABCD的两条对角线之和为L，面积为S，则它的边长为……（ ）

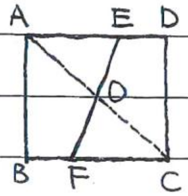
(A) $\frac{1}{2}\sqrt{4S-L^2}$　　(B) $\frac{1}{2}\sqrt{S+L^2}$　　(C) $\frac{1}{2}\sqrt{L^2-4S}$　　(D) $\frac{1}{2}\sqrt{4L^2+S}$

[提示] 设两条对角线长的一半为a与b，则$S=2ab$，$L=2(a+b)$. 边长为$\sqrt{a^2+b^2}$，利用$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$.

[答案] C.

3. 如图，矩形ABCD的边长AB=6，BC=8，将矩形沿EF折叠，使C点与A点重合，则折痕EF的长是……（ ）

(A) 7.5　　(B) 6　　(C) 10　　(D) 5



[提示] 设AE=X，则ED=8−X，CE=X. 用勾股定理列出方程$X^2=(8-X)^2+6^2$，解出$X=\frac{25}{4}$，而$OA=\frac{1}{2}AC=5$.

[答案] A.

4. 用任意两个全等的直角三角形拼下列图形：

NO.

Date · ·

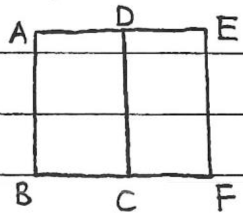
①平行四边形 ②矩形 ③菱形

④正方形 ⑤等腰三角形 ⑥等边三角形

其中一定能够拼成的图形是____.(只填题号).

[答案] ①②⑤.

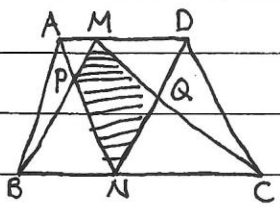
5. 如图.如果四边形CDEF旋转后能与正方形ABCD重合,那么在图形所在平面内,可以作为旋转中心的点的个数为____.



[提示] 旋转中心必须在公共边CD上.

[答案] 3.

6. 如图,梯形ABCD中,△ABP的面积为20平方厘米,△CDQ的面积为35平方厘米,则阴影四边形的面积等于____平方厘米.



[提示] 连接MN, $S_{\triangle MNP}=S_{\triangle ABP}$, $S_{\triangle MNQ}=S_{\triangle CDQ}$.

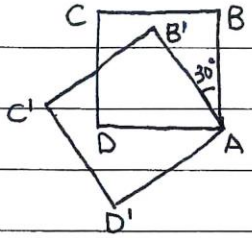
[答案] 55.

7. 如图,将边长为1的正方形ABCD绕A点按逆时针方向旋转30°,至正方形AB'C'D',则旋

NO.

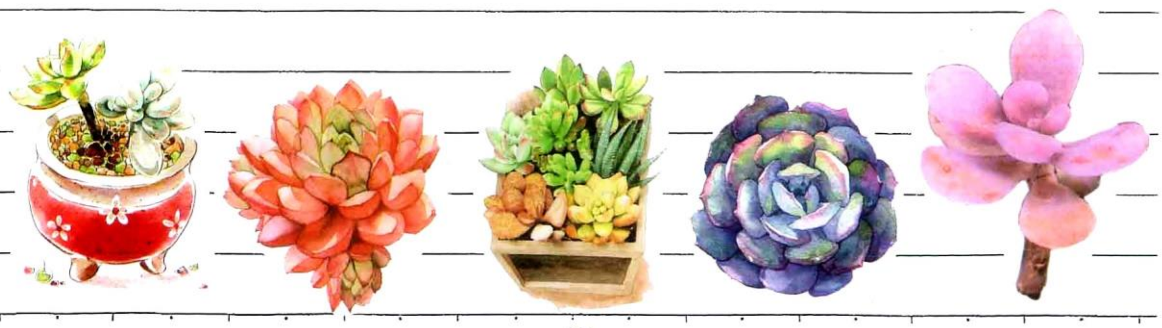
Date . .

旋前后正方形重叠部分的面积是______.



[提示] 设CD与B'C'的交点为M. 则AM为两正方形的对称轴. 又设MD=X. 则AM=2X. 用勾股定理列方程并解之即可.

[答案] $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



NO.

Date · ·

第五章 数据的分析

知识概念

数据的代表：平均数、众数、中位数、极差、方差.

知识点详解

1. 解统计学的几个基本概念

总体、个体、样本、样本容量是统计学中特有的规定. 准确把握教材, 明确所考查的对象是解决有关总体、个体、样本、样本容量问题的关键.

2. 平均数

① 当给出的一组数据, 都在某一常数a上下波动时, 一般选用简化平均数公式 $\bar{x}=\bar{x}'+a$. 其中a是取接近于这组数据平均数中比较"整"的数; ② 当所给一组数据中有重复多次出现的数据, 常选用加权平均数公式.

3. 众数与中位数

平均数、众数、中位数都是用来描述数据集中趋势的量. 平均数的大小与每一个数据都有关, 任何一个数的波动都会引起平均数的波动. 当一组数据中有个数据太高或太低, 用平均数来描述整体趋势则不合适, 用中位数或众数则较合适。中位数与数据排列有关, 个别数据的波动对中位数没影响; 当一组数据中不少数据多次重复出现时, 可用众数来描述。

4. 极差

用一组数据中的最大值减去最小值所得的差来反映这组数据的变化范围. 用这种方法得到的差称为极差. 极差 = 最大值 − 最小值

NO.

Date

5. 方差与标准差

用"先平均，再求差，然后平方，最后再平均"得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况，这个结果叫$\boxed{\text{方差}}$，计算公式是

$$\boxed{S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2];}$$

方差是反映一组数据的波动大小的一个量，其值越大，波动越大，也越不稳定或不整齐。

本章内容要求在经历数据的收集、整理、分析过程中发展学生的统计意识和数据处理的方法与能力。在学习过程中，以生活实例为主，体会数据在生活中的重要性。

NO.

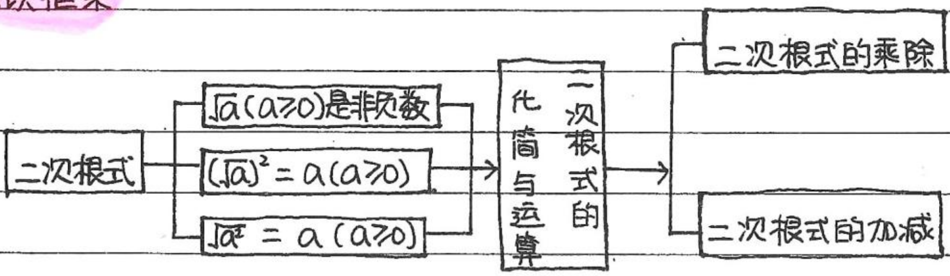
Date

九年级数学(上)知识点

九年级数学上册主要包括了二次根式、二元一次方程、旋转、圆和概率五个章节的内容。

第一章 二次根式

知识框架



知识概念

1. 二次根式的概念：形如$\boxed{\sqrt{a}(a\geq0)}$的式子叫做二次根式。

注意：在二次根式中，被开方数可以是数，也可以是单项式、多项式、分式等代数式，但必须注意：因为负数没有平方根，所以$a\geq0$是$\sqrt{a}$为二次根式的前提条件，如$\sqrt{5}$，$\sqrt{x^2+1}$，等是二次根式，而$\sqrt{-5}$、$\sqrt{-x^2}$等都不是二次根式。

2. 取值范围

(1). 二次根式有意义的条件：由二次根式的意义可知，当$a\geq0$时，$\sqrt{a}$有意义，是二次根式，所以要使二次根式有意义，只要使被开方数大于或等于零即可。

(2). 二次根式无意义的条件：因负数没有算术平方根，所以当$a<0$时，$\sqrt{a}$没有意义。

3. 二次根式$\sqrt{a}(a\geq0)$的非负性

$\sqrt{a}(a\geq0)$表示a的算术平方根，也就是说，$\sqrt{a}(a\geq0)$是一个非负数，即$\sqrt{a}\geq0(a\geq0)$。

NO.
Date

注意：因为二次根式$\sqrt{a}(a\geq0)$表示a的算术平方根，而正数的算术平方根是正数，0的算术平方根是0，所以非负数$(a\geq0)$的算术平方根是非负数，即$(\sqrt{a})^2(a\geq0)$，这个性质也就是非负数的算术平方根的性质，和绝对值、偶次方类似。这个性质在解答题目时应用较多，如若$\sqrt{a}+\sqrt{b}=0$，则$a=0$，$b=0$；若$\sqrt{a}+b^2=0$，则$a=0$，$b=0$；若$\sqrt{a}+b^2=0$，则$a=0$，$b=0$。

4. 二次根式$(\sqrt{a})^2$的性质：$(\sqrt{a})^2=a(a\geq0)$

描述为：一个非负数的算术平方根的平方等于这个非负数。

注意：二次根式的性质公式$(\sqrt{a})^2=a(a\geq0)$是逆用平方根的定义得出的结论。上面的公式也可以反过来应用：若$a\geq0$，则$a=(\sqrt{a})^2$，如：$2=(\sqrt{2})^2$，$\frac{1}{2}=(\sqrt{\frac{1}{2}})^2$。

5. 二次根式的性质

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geq0)\\-a(a<0)\end{cases}$$

描述为：一个数的平方的算术平方根等于这个数的绝对值。

注意：

(1)、化简$\sqrt{a^2}$时，一定要弄明白被开方数的底数a是正数还是负数，若是正数或0，则等于a本身，即$\sqrt{a^2}=|a|=a(a\geq0)$；若a是负数，则等于a的相反数$-a$，即$\sqrt{2}\approx1.414$；$\sqrt{3}\approx1.732$；$\sqrt{5}\approx2.236$；$\sqrt{7}\approx2.646$；

(2)、$\sqrt{a^2}$中的a的取值范围可以是任意实数，即不论a取何值，$\sqrt{a^2}$一定有意义；

(3)、化简$\sqrt{a^2}$时，先将它化成$|a|$，再根据绝对值的意义来进行化简。

6. $(\sqrt{a})^2$与$\sqrt{a^2}$的异同点

1、不同点：$(\sqrt{a})^2$与$\sqrt{a^2}$表示的意义是不同的，$(\sqrt{a})^2$表示一个正数a的算术平方根的平方，而$\sqrt{a^2}$表示一个实数a的平方的算术平方根；在$(\sqrt{a})^2$中$a\geq0$，而$\sqrt{a^2}$中a可以是正实数，

0. 负实数。但$(\sqrt{a})^2$与$\sqrt{a^2}$都是非负数，即$(\sqrt{a})^2\geq0$，$\sqrt{a^2}\geq0$. 因而它的运算的结果是有差别的，$\boxed{(\sqrt{a})^2=a(a\geq0)}$，而$\boxed{\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geq0)\\-a(a<0)\end{cases}}$ ★

2. 相同点：当被开方数都是非负数，即$a\geq0$时，$(\sqrt{a})^2=\sqrt{a^2}$；$a<0$时，$(\sqrt{a})^2$无意义，而$\sqrt{a^2}=-a$。

7. 二次根式的运算

(1) 因式的外移和内移：如果被开方数中有的因式能够开得尽方，那么，就可以用它的算术平方根代替而移到根号外面. 如果被开方数是代数和的形式，那么先解因式，变形为积的形式，再移因式到根号外面，反之也可以将根号外面的正因式平方后移到根号里面.

(2) 二次根式的加减法：先把二次根式化成最简二次根式再合并同类二次根式.

(3) 二次根式的乘除法：二次根式相乘(除)，将被开方数相乘(除)，所得的积(商)仍作积(商)的被开方数并将运算结果化为最简二次根式.

$\boxed{\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geq0,\ b\geq0)}$； $\boxed{\sqrt{\frac{b}{a}}=\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\ (b\geq0,\ a>0)}$.

(4) 有理数的加法交换律、结合律、乘法交换律及结合律，乘法对加法的分配律以及多项式的乘法公式，都适用于二次根式的运算.

经验之谈

★ 特别要注意这个式子：$\boxed{\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a\geq0)\\-a(a<0)\end{cases}}$，这个运算过程是区别于$(\sqrt{a})^2$的依据.

本节中还要注意根式的运算，有很多同学错误的以为：$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{ab}$，根式的加减法如果不是同类项的话是不能合并的. 比如：$\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$，而$\sqrt{2}+\sqrt{5}$目前我们只能估算，或是就保持最简因式.

★ 本节中还要记住一些常见根式的约等数，常见的有$\boxed{\sqrt{2}\approx1.414}$；$\boxed{\sqrt{3}\approx1.732}$；$\boxed{\sqrt{5}\approx2.236}$；$\boxed{\sqrt{7}\approx2.646}$

NO.

Date · ·

第二章 一元二次方程

知识概念

1. 一元二次方程：方程两边都是整式，只含有一个未知数(一元)，并且未知数的最高次数是2(二次)的方程，叫做 $\boxed{\text{一元二次方程}}$。

2. 一元二次方程有四个特点：

(1) 含有一个未知数；

(2) 且未知数次数最高次数是2；

(3) 是整式方程。要判断一个方程是否为一元二次方程，先看它是否为整式方程，若是，再对它进行整理。如果能整理为 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的形式，则这个方程就为一元二次方程。

(4) 将方程化为一般形式：$ax^2+bx+c=0$ 时，应满足 $(a\neq0)$

3. 一元二次方程的一般形式：一般地，任何一个关于x的一元二次方程，经过整理都能化成如下形式 $\boxed{ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)}$。

一个一元二次方程经过整理化成 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 后，其中 ax^2 是二次项，a是二次项系数；bx是一次项，b是一次项系数；c是常数项。

4. 一元二次方程的解法

(1) 直接开平方法

利用平方根的定义直接开平方求一元二次方程的解的方法叫做 $\boxed{\text{直接开平方法}}$。直接开平方法适用于解形如 $(x+a)^2=b$ 的一元二次方程。根据平方根的定义可知，$x+a$ 是b的平方根，当 $b\geq0$ 时，$x+a=\pm\sqrt{b}$，$x=-a\pm\sqrt{b}$，当 $b<0$ 时，方程没有实数根。

NO.

Date

(2) 配方法

配方法是一种重要的数学方法,它不仅在解一元二次方程上有所应用,而且在数学的其他领域也有着广泛的应用。配方法的理论根据是完全平方公式 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$,把公式中的 a 看做未知数 x,并用 x 代替,则有 $x^2\pm2bx+b^2=(x\pm b)^2$.

配方法解一元二次方程的一般步骤:

现将已知方程化为一般形式;化二次项系数为1;常数项移到右边;方程两边都加上一次项系数的一半的平方,使左边配成一个完全平方式;变形为 $(x+p)^2=q$ 的形式,如果 $q\geq0$,方程的根是 $x=-p\pm q$;如果 $q<0$,方程无实根.

(3) 公式法

公式法是用求根公式解一元二次方程的解的方法,它是解一元二次方程的一般方法。

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ 的求根方法: $\boxed{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ (b^2-4ac\geq0)}$

(4) 因式分解法

因式分解法就是利用因式分解的手段,求出方程的解的方法,这种方法简单易行,是解一元二次方程最常见的方法。

5. 一元二次方程根的判别式

根的判别式:一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ 中,$\boxed{b^2-4ac}$ 叫做一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$ 的根的判别式,通常用"Δ"来表示,即 $\boxed{\Delta=b^2-4ac}$

6. 一元二次方程根与系数的关系

NO.

Date

如果方程$ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$的两个实数根是x_1, x_2, 那么$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1x_2=\frac{c}{a}$。也就是说,对于任何一个有实数根的一元二次方程,两根之和等于方程的一次项系数除以二次项系数所得的商的相反数;两根之积等于常数项除以二次项系数所得的商.

7.分式方程

分母里含有未知数的方程叫做$\boxed{\text{分式方程}}$.

8.分式方程的一般解法

解分式方程的思想是将"分式方程"转化为"整式方程"。它的一般解法是:

(1) 去分母.方程两边都乘以最简公分母

(2)解所得的整式方程.

(3) 验根:将所得的根代入最简公分母,若等于零,就是增根,应该舍去;若不等于零,就是原方程的根。

典型例题解析

【例1】:已知$|a-1|=2$.解关于x的方程$(a-9)x^2-4ax+1=5x-2ax^2-2$

分析:注意满足的$|a-1|=2a$的值将使原方程成为哪一类方程。

解:由$|a-1|=2$得:$a=3$或$a=-1$.

当$a=3$时,原方程为$-6x^2-12x+1=5x-6x^2-2$,即$17x=3$.解得,$x=\frac{3}{17}$

当$a=-1$时,原方程为$-10x^2+4x+1=5x+2x^2-2$,即$12x^2+x-3=0$,

解得$x_1=\frac{-1+\sqrt{145}}{24}$, $x_2=\frac{-1-\sqrt{145}}{24}$

●说明:由本题可见,只有x^2项系数不为0,且为最高次项时,方程才是一元二次方程,才能使用一元二次方程的解法.题中对一元二次方程的描述是不完整的,应该说明最高次项系数不为0.通常用一般形式描述的一元二次方程更为简明,即形如$ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$的

NO.

Date

方程叫做关于x的一元二次方程。

若本题不给出条件，就必须在整理后对x^2项的字母系数分情况进行讨论.

【例2】：用开平方法解下面的一元二次方程.

(1) $(3x+1)^2=9$； (2) $(3x-2)^2=(x+4)^2$

(3) $9x^2-24x+16=121$； (4) $(3x+2)(3x-2)=4$

分析：直接开平方法就是用直接开平方求解一元二次方程的方法。用直接开平方法解形如$(x-m)^2=n\ (n\geq 0)$的方程，

其解为$x=\pm\sqrt{n}$。通过观察不难发现第(1)、(2)两小题中的方程显然用直接开平方法好做；

第(3)题因方程左边可变为完全平方式$(3x-4)^2$，右边的$121>0$，所以此方程也可用直接开平方法解；

第(4)小题，方程左边可利用平方差公式，然后把常数移到右边，即可利用直接开平方法进行解答了.

解：(1) $(3x+1)^2=9$

$\therefore 3x+1=\pm 3$（注意不要丢解）

由$3x+1=3$得$x_1=\frac{2}{3}$

由$3x+1=-3$得$x_2=-\frac{4}{3}$

$\therefore$原方程的解为：$x_1=\frac{2}{3}$，$x_2=-\frac{4}{3}$.

(2) $(3x-2)^2=(x+4)^2$

$3x-2=x+4$或$3x-2=-(x+4)$

由$3x-2=x+4$得$x_1=3$，

由$3x-2=-(x+4)$得$x_2=-\frac{1}{2}$

NO.

Date . .

∴原方程的解为：$x_1=3$，$x_2=-\frac{1}{2}$

(3) $9x^2-24x+16=121$

∴$(3x-4)^2=121$，

∴$3x-4=\pm11$

∴$x_1=5$，$x_2=-\frac{7}{3}$

∴原方程的解为：$x_1=5$，$x_2=-\frac{7}{3}$

(4) $(3x+2)(3x-2)=4$

∴$9x^2-4=4$，即$9x^2=8$

∴$3x=\pm2\sqrt{2}$，

∴$x_1=\frac{2}{3}\sqrt{2}$，$x_2=-\frac{2}{3}\sqrt{2}$

∴原方程的解为：$x_1=\frac{2}{3}\sqrt{2}$，$x_2=-\frac{2}{3}\sqrt{2}$.

● 说明：解一元二次方程时，通常先把方程化为一般式，但如果不要求化为一般式，像本题要求用开平方法直接求解，就不必化成一般式。用开平方法直接求解，应注意方程两边同时开方时，只需在一边取正负号，还应注意不要丢解。

【例3】：选用恰当的方法解下列方程.

(1) $\frac{1}{3}(x+3)^2=1$；　　(2) $(2x+1)^2=2(2x+1)$

(3) $x(x+8)=16$；　　(4) $x^2+2x-8=0$

分析：第(1)题可变形为$(x+3)^2=3$，而后利用直接开平方法较为简便；第(2)题若移项后利用分解因式法较为简便；第(3)题化为一般式后可利用求根公式法解答；第(4)题采取配方法较为简便.

解：(1) $\frac{1}{3}(x+3)^2=1$

NO.

Date

整理得：$(x+3)^2=3$

直接开平方得：$x+3=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x_1=-3+\sqrt{3}$，$x_2=-3-\sqrt{3}$

(2) $(2x+1)^2=2(2x+1)$

分解因式得：$(2x+1)(2x-1)=0$

$\therefore x_1=-\frac{1}{2}$，$x_2=\frac{1}{2}$

(3) $x(x+8)=16$

整理得：$x^2+8x-16=0$

求出判别式的值：$\Delta=b^2-4ac=128>0$

$\therefore x=\frac{-8\pm8\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore x_1=-4+4\sqrt{2}$，$x_2=-4-4\sqrt{2}$

(4) $x^2+2x-8=0$

配方得：$(x+1)^2=9$

直接开平方得：$x+1=\pm3$

$\therefore x_1=2$，$x_2=-4$

● 总结：直接开平方法是最基本的方法。公式法和配方法是最重要的方法。

公式法适用于任何一元二次方程，在使用公式法时，一定要把原方程化成一般形式，以便确定系数，而且在使用公式前应先计算出判别式的值，以便判断方程是否有解。

配方法是推导公式的工具，掌握公式法后就可以直接用公式法解一元二次方程了，所以一般不用配方法解一元二次方程。但是，配方法在学习其他数学知识时有广泛的应

NO.

Date

用，是初中要求掌握的重要的数学方法之一。最常用的方法还是因式分解法，在应用因式分解法时，一般要先将方程写成一般式，同时应使二次项系数化为正数。因此在解一元二次方程时，首先观察是否可以应用开平方、分解因式等简单方法，找不到简单方法时，即考虑化为一般形式后使用公式法。通常先把方程化为一般式，但如果不化为一般式就可以找到简便解法时就应直接求解。

NO.

Date · ·

第二章 旋转

知识概念

1. 旋转：在平面内，将一个图形绕一个图形按某个方向转动一个角度，这样的运动叫做图形的旋转。这个定点叫做旋转中心，转动的角度叫做旋转角。（图形的旋转是图形上的每一点在平面上绕着某个固定点旋转固定角度的位置移动，其中对应点到旋转中心的距离相等，对应线段的长度、对应角的大小相等，旋转前后图形的大小和形状没有改变。）

2. 旋转对称中心：把一个图形绕着一个定点旋转一个角度后，与初始图形重合，这种图形叫做旋转对称图形，这个定点叫做旋转对称中心，旋转的角度叫做旋转角

3. 中心对称图形与中心对称：

中心对称图形：如果把一个图形绕着某一点旋转180度后能与自身重合，那么我们就说，这个图形成中心对称图形。

中心对称：如果把一个图形绕着某一点旋转180度后能与另一个图形重合，那么我们就说，这两个图形成中心对称。

4. 中心对称的性质：

①关于中心对称的两个图形是全等形。

②关于中心对称的两个图形，对称点连线都经过对称中心，并且被对称中心平分。

③关于中心对称的两个图形，对应线段平行（或者在同一直线上）且相等。

本章内容通过让学生经历观察、操作等过程了解旋转的概念，探索旋转的

NO.

Date

性质，进一步发展空间观察，培养几何思维和审美意识，在实际问题中体验数学的快乐，激发对学习兴趣。

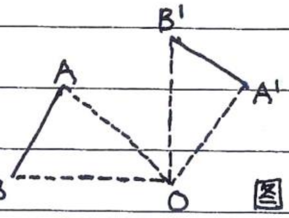


图1

旋转知识点例题解析

知识点1：旋转的定义及其有关概念

在平面内，将一个图形绕一个定点O沿某个方向转动一个角度，这样的图形运动称为旋转，定点O称为旋转中心，转动的角度称为旋转角；如果图形上的点P经过旋转到点P'，那么这两个点叫做这个旋转的对应点。如图1，线段AB绕点O顺时针旋转动90°得到A'B'，这就是旋转，点O就是旋转中心，∠BOB'，∠AOA'都是旋转角。

● 说明：旋转的范围是在平面内旋转，否则有可能旋转为立体图形，因此"在平面内"这一条件不可忽略，决定旋转的因素有三个：一是旋转中心；二是旋转角；三是旋转方向。

知识点2：旋转的性质

由旋转的定义可知，旋转不改变图形的大小和形状，这说明旋转前后的两个图形是全等的。由此得到如下性质：

(1) 经过旋转，图形上的每一点都绕旋转中心沿相同方向转动了相同的角度，对应点的排列次序相同。

(2) 任意一对对应点与旋转中心的连线所成的角都是旋转角。

(3) 对应点到旋转中心的距离相等。

(4) 对应线段相等，对应角相等。

【例1】：如图2，D是等腰Rt△ABC内一点，BC是斜边，如果将△ADB绕点A逆时针方向

NO.

Date · ·

旋转到△AD'C的位置,则△ADD'的度数是(　　)

A. 25°　　B. 30°　　C. 35°　　D. 45°

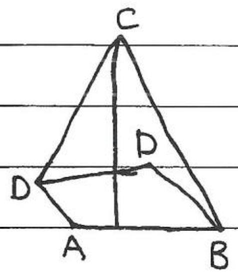


图2

分析:抓住旋转前后两个三角形的对应边相等,对应角相等等性质,本题就很容易解决,由△AD'C是由△ADB旋转所得,可知△ADB≌△AD'C,∴AD=AD',∠DAB=∠D'AC,∵∠DAB+∠DAC=90°,∴∠D'AC+∠DAC=90°,∴∠ADD'=45°,故选D.

● 评注:旋转不改变图形的大小与形状,旋转前后的两个图形是全等的,紧紧抓住旋转前后图形之间的全等关系,是解决与旋转有关问题的关键.

知识点3:旋转作图.

1. 明确作图的条件:

(1) 已知旋转中心;

(2) 已知旋转方向与旋转角.

2. 理解作图的依据:

(1) 旋转的定义:在平面内,将一个图形绕一个定点O沿某个方向转动一个角度的图形变换叫做旋转;

(2) 旋转的性质:经过旋转,图形上的每一点都绕旋转中心沿相同的方向转动了相同的角度,任意一对对应点与旋转中心的连线所组成的角都是旋转角,对应点到旋转中心的距离相等

NO.

Date

3. 掌握作图的步骤：

(1) 分析题目要求，找出旋转中心、旋转角；

(2) 分析图形，找出构成图形的关键点；

(3) 沿一定的方向，按一定的角度，通过截取线段的方法，找出各个关键点；

(4) 连接作出的各个关键点，并标上字母；

(5) 写出结论.

知识点4. 钟表的旋转问题

【例2】：从1点到1点25分，分针转了多少度角？时针转了多少度角？1点25分时时针与分针的夹角是多少度？

分析：从1点到1点25分，分针与时针都转了25分钟，所以分针旋转的角度为$6°\times25=150°$，时针旋转的角度为$0.5°\times25=12.5°$；1点整的时候，分针与时针的夹角为$30°$，分针与时针分别同时旋转$150°$与$12.5°$后，分针与时针的夹角为$150°-30°-12.5°=107.5°$

解：分针旋转的角度为$6°\times25=150°$；时针旋转的角度为$0.5°\times25=12.5°$；

分针与时针的夹角为$150°-30°-12.5°=107.5°$

● 评注：(1) 时针每分钟旋转$0.5°$；(2) 分针每分钟旋转$6°$，这两个条件是旋转问题中的隐含条件，也是解决此类问题的突破口。

典例剖析

【例1】：如图1，D是等腰Rt△ABC内一点，BC是斜边，如果将△ABD绕点A逆时针方向旋转到△ACD'的位置，则∠ADD'的度数是（D）

A. 25°　　B. 30°

C. 35°　　D. 45°

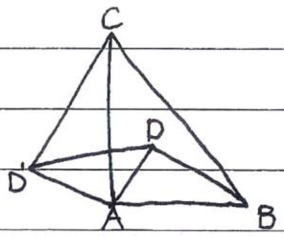


图1

解析：根据旋转性质可知△ABD≌△ACD'，

∴∠BAD=∠CAD'，AD=AD'，

NO.

Date

$\because \angle BAD + \angle CAD = 90°$.

$\therefore \angle CAD' + \angle CAD = 90°$.

$\therefore \angle ADD' = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$，故应选D.

● 评注：本题应用旋转性质得到两三角形全等，然后根据全等三角形的性质和三角形内角和定理求解即可.

【例2】：如图2，该图形围绕自己的旋转中心，按下列角度旋转后，不能与其自身重合的是（　）

A. 72°　　B. 108°　　C. 144°　　D. 216°

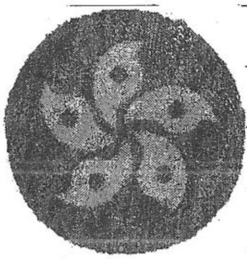


图 2

解析：整个图形可以看作是图形的五分之一绕中心位置，按照同一方向连续旋转72°、144°、216°、288°、360°和原来图形共同组成的，所以本题应选B.

● 评注：解决本题的关键是通过动手操作和动脑分析，找到"基本图案"，并分析得到旋转角.对本题来说，只要找到了"基本图案"，所有的旋转角一定，都是72°的倍数.

学好旋转的三个要点

NO.

Date

一、理解这个概念应注意以下两点：

1. 旋转和平移一样，是图形的一种基本变换；

2. 图形旋转的决定因素是旋转中心和旋转的角度。

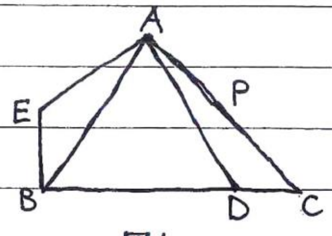


图1

【例】：如图1，△ABC是等腰三角形(直角)，AB=AC，∠BAC=90°，D是BC上一点，△ACD经过旋转后到达△ABE的位置。

(1) 旋转中心是哪一点？

(2) 旋转了多少度？

(3) 若P是AC的中点，那么经过上述旋转后，点P旋转到了什么位置？

解：(1) 点A是旋转中心；

(2) 顺时针旋转了90°；

(3) 点P旋转到了AB的中点。

二、掌握旋转的特征

图形中每一点都绕着旋转中心旋转了同样大小的角度；对应点到旋转中心的距离相等，对应线段、对应角都相等；旋转前后图形的大小、形状都不发生变化。

三、会寻找旋转中心

知道了旋转中心及旋转角，可以作出一个图形旋转后的图形，那么知道一个图形及其旋转后的图形时，如何确定旋转中心呢？

确定旋转中心的关键是确定两个图形上的两组对应点构成的对应线段的旋转中心，由旋转特征可知，这两组对应点的旋转中心就是整个图形的旋转中心。

由旋转特征可知，如果已知图形上点A关于旋转中心O的对应点是A'，则有OA=OA'，所以点O必在线段AA'的垂直平分线上；如果图形上点B关于旋转中心O的对应点是B'，则OB

NO.

Date

=OB'. 所以点O必在线段BB'的垂直平分线上.这样两个对应点A和A'以及B和B'连线的垂直平分线的交点就是旋转中心.

NO.

Date

第四章 圆

知识框架

圆
- 圆的基本性质
  - 圆的对称性
  - 弧、弦、圆心角之间的关系
  - 同弧上的圆周角与圆心角的关系
- 与圆有关的位置关系
  - 点与圆的位置关系——三角形外接圆
  - 直线与圆的位置关系—切线—三角形内切圆
  - 圆与圆的位置关系
- 正多边形与圆 ——等分圆周
- 有关圆的计算
  - 弧长
  - 扇形的面积
  - 圆锥的侧面积和全面积

知识概念

1. 圆：平面上到定点的距离等于定长的所有点组成的图形叫做圆。定点称为圆心，定长称为半径。

2. 圆弧和弦：圆上任意两点间的部分叫做圆弧，简称弧。大于半圆的弧称为优弧，小于半圆的弧称为劣弧。连接圆上任意两点的线段叫做弦。经过圆心的弦叫做直径。

3. 圆心角和圆周角：顶点在圆心上的角叫做圆心角。顶点在圆周上，且它的两边分别与圆有另一个交点的角叫做圆周角。

4. 内心和外心：过三角形的三个顶点的圆叫做三角形的外接圆，其圆心叫做三角形

NO.

Date

的外心。和三角形三边都相切的圆叫做这个三角形的内切圆，其圆心称为内心。

5.扇形：在圆上，由两条半径和一段弧围成的图形叫做扇形。

6.圆锥侧面展开图是一个扇形。这个扇形的半径称为圆锥的母线。

7.圆和点的位置关系：

以点P与圆O的为例（设P是一点，则PO是点到圆心的距离），P在⊙O外，PO>r；P在⊙O上，PO=r；P在⊙O内，PO<r。

8.直线与圆有3种位置关系：无公共点为相离；有两个公共点为相交，这条直线叫做圆的割线；圆与直线有唯一公共点为相切，这条直线叫做圆的切线，这个唯一的公共点叫做切点。

9.两圆之间的有5种位置关系：无公共点的，一圆在另一圆之外叫外离，在之内叫内含；有唯一公共点的，一圆在另一圆之外叫外切，在之内叫内切；有两个公共点的叫相交，两圆圆心之间的距离叫做圆心距。两圆的半径分别为R和r，且R≥r，圆心距为P：外离P>R+r；外切P=R+r；相交R-r<P<R+r；内切P=R-r；内含P<R-r。

10.切线的判定方法：经过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

11.切线的性质：

(1)经过切点垂直于这条半径的直线是圆的切线。

(2)经过切点垂直于切线的直线必经过圆心。

NO.

Date · ·

(3) 圆的切线垂直于经过切点的半径.

12.垂径定理：平分弦(不是直径)的直径垂直于弦,并且平分弦对所的两条弧.

13.有关定理.

- 平分弦(不是直径)的直径垂直于弦,并且平分弦所对的两条弦.
- 在同圆或等圆中,相等的圆心角所对的弧相等,所对的弦也相等
- 在同圆或等圆中,同弧等弧所对的圆周角相等,都等于这条弦所对的圆心角的一半.
- 半圆(或直径)所对的圆周角是直角,90°的圆周角所对的弦是直径.

14.圆的计算公式

1.圆的周长 $C=2\pi r=\pi d$

2.圆的面积 $S=\pi r^2$;

15.扇形面积 $S=\pi(R^2-r^2)$

NO.

Date

圆的对称性

圆是轴对称图形,其对称轴是任意一条过圆心的直线;

垂径定理——垂直于弦的直径平分这条弦,并且平分弦所对的两条弧

- 垂径定理的推论

①平分弦(不是直径)的直径垂直于弦,并且平分弦所对的两条弧

②弦的垂直平分线经过圆心,并且平分弦所对的两条弦

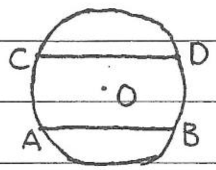
③平分弦所对的一条弧的直径,垂直平分弦,并且平分弦所对的另一条弧

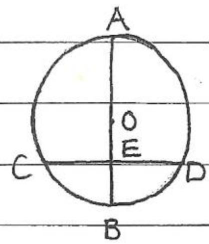
④在同圆或等圆中,两条平行弦所夹的弧相等.

依据垂径定理及其推论①②③可概括为定理:对于一条直线和一个圆来说,如果具备下列五个条件中的任意两个,那么也具备其他三个:①垂直弦 ②过圆心 ③平分弦 ④平分弦所对的优弧 ⑤平分弦所对的劣弧

即:

① AB是直径 ② AB⊥CD ③CE=DE ④弧BC=弧BD 中任意2个条件推出其他3个结论。





- 推论2:圆的两条平行弦所夹的弧相等.

即:在⊙O中,∵AB∥CD

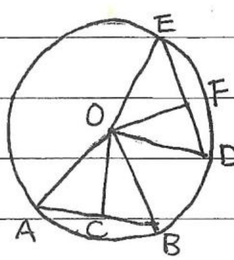
∴弧AC=弧BD

圆是中心对称图形,对称中心是圆心;其特有旋转不变性.

1.圆心角、弧、弦、弦心距之间相等关系定理——在同圆或等圆中,相等的圆心角所对的弧相等,所对的弦的弦心距相等.

此定理也称1推3定理,即上述四个结论中,

只要知道其中的1个相等,则可以推出其它的3个结论.



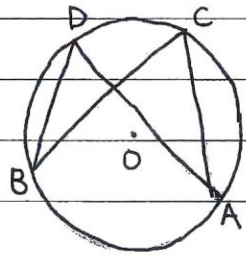
NO.

Date

即：① $\angle AOB=\angle DOE$；② $AB=DE$；③ $OC=OF$；④ 弧 BA = 弧 BD

● **推论**——在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦或两弦的弦心距中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都相等

2. 圆周角与圆心角的关系： 同弧所对的圆周角等于它所对的圆心的角的一半。



即：∵ $\angle AOB$ 和 $\angle ACB$ 是弧 AB 所对的圆心角和圆周角

∴ $\angle AOB=2\angle ACB$

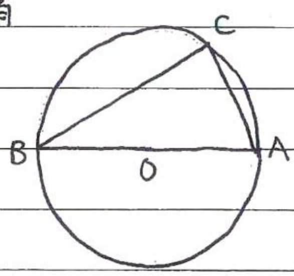
3. 圆周角定理的推论：

● **推论1：** 同弧或等弧所对的圆周角相等；同圆或等圆中，相等的圆周角所对的弧是等弧；

即：在⊙O中，∵ $\angle C$、$\angle D$ 都是所对的圆周角

∴ $\angle C=\angle D$

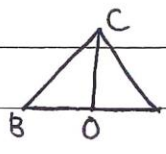
● **推论2：** 半圆或直径所对的圆周角是直角；圆周角是直角所对的弧是半圆，所对的弦是直径。



即：在⊙O中，∵ AB 是直径　　或 ∵ $\angle C=90^\circ$

∴ $\angle C=90^\circ$　　∴ AB 是直径

● **推论3：** 若三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形。



即：在 $\triangle ABC$ 中，∵ $OC=OA=OB$

∴ $\triangle ABC$ 是直角三角形或 $\angle C=90^\circ$

NO.

Date

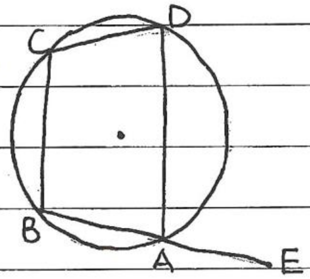
●注：此推论实是初一年级几何中矩形的推论：在直角三角形中斜边上的中线等于斜边的一半的逆定理.

4. 圆的内接四边形定理：圆的内接四边形的对角互补，外角等于它的内对角。即：在⊙O中

∵四边形ABCD是内接四边形

∴$\angle C+\angle BAD=180^\circ$　　$\angle B+\angle D=180^\circ$

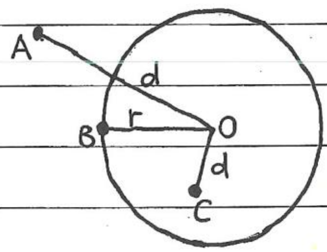
$\angle DAE=\angle C$



圆的相关位置关系

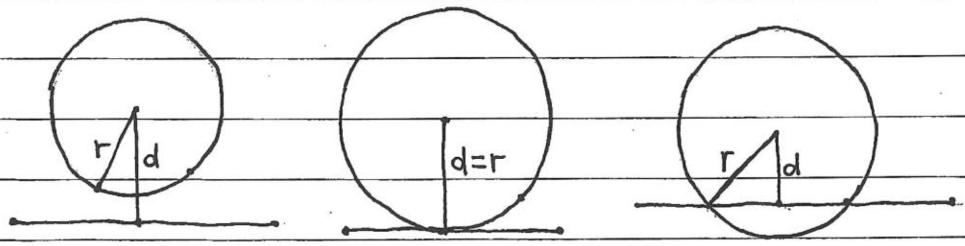
(1) 点与圆的位置关系

1. 点在圆内 ⇒ $d<r$ ⇒ 点C在圆内；
2. 点在圆上 ⇒ $d=r$ ⇒ 点B在圆上；
3. 点在圆外 ⇒ $d>r$ ⇒ 点A在圆外；



(2) 直线与圆的位置关系

1. 直线与圆相离 ⇒ $d>r$ ⇒ 无交点；
2. 直线与圆相切 ⇒ $d=r$ ⇒ 有一个交点；
3. 直线与圆相交 ⇒ $d<r$ ⇒ 有两个交点；



NO.

Date

切线的性质与判定定理

(1)切线的判定定理：过半径外端且垂直于半径的直线是切线；

两个条件：过半径外端且垂直半径，二者缺一不可

即：∵MN⊥OA且MN过半径OA外端

∴MN是⊙O的切线

直线和圆位置关系的判定：

①依据定义

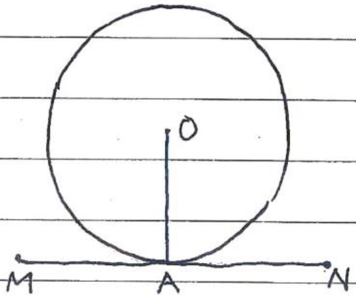
②依据圆心到直线距离d与圆的半径r的数量关系

圆的切线的判定：

用判定定理——圆的切线证明的两种情况：

①连半径，证垂直；

②作垂直，证半径。



(2)性质定理：切线垂直于过切点的半径(如上图)

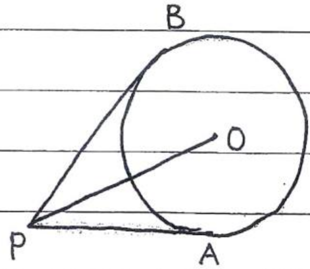
推论1：过圆心垂直于切线的直线必过切点。

推论2：过切点垂直于切线的直线必过圆心。

以上三个定理及推论也称二推一定理；

即：①过圆心；②过切点；③垂直切线，三个条件中知道其中两个条件就能推出最后一个。

切线长定理



切线长定理：从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，这点和圆心的连线平分两条切线的夹角。

即：∵PA、PB是两条切线

∴PA=PB

NO.
Date

PO平分∠BPA

相关概念及性质：三角形的内切圆、圆的外切三角形

三角形的内心：

三角形的内心的性质：三角形的内心到三角形各边距离相等

圆的外切四边形两组对边和相等

弦切角定理：弦切角等于它所夹的弧对的圆周角

(3). 圆与圆的位置关系

外离(图1) ⇒ 无交点 ⇒ $d>R+r$；

外切(图2) ⇒ 有一个交点 ⇒ $d=R+r$；

相交(图3) ⇒ 有两个交点 ⇒ $R-r<d<R+r$；

内切(图4) ⇒ 有一个交点 ⇒ $d=R-r$；

内含(图5) ⇒ 无交点 ⇒ $d<R-r$；

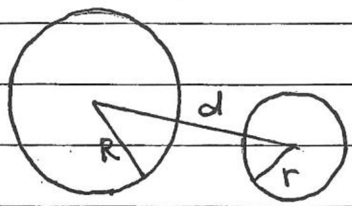


图1

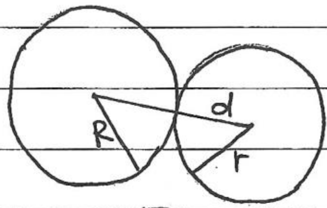


图2

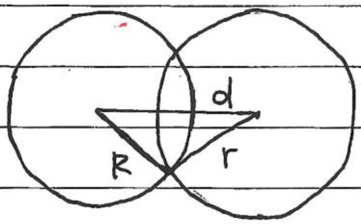


图3

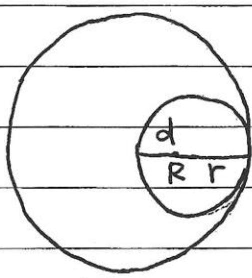


图4

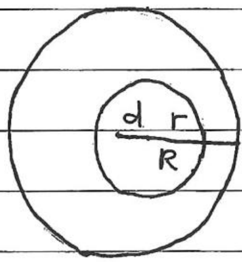
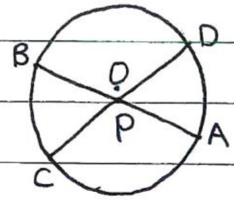


图5

NO.

Date

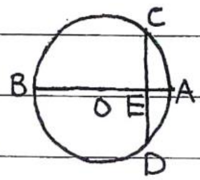
圆幂定理



(1)相交弦定理：圆内两弦相交，交点分得的两条线段的乘积相等。

即：在⊙O中，∵弦AB、CD相交于点P，

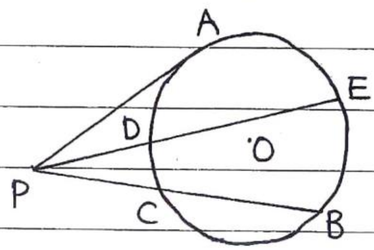
∴$PA\cdot PB=PC\cdot PD$



(2)推论：如果弦与直径垂直相交，那么弦的一半是它分直径所成的两条线段的比例中项。

即：在⊙O中，∵直径$AB\perp CD$，

∴$CE^2=AE\cdot BE$



(3)切割线定理：从圆外一点引圆的切线和割线，切线长是这点到割线与圆交点的两条线段长的比例中项。

即：在⊙O中，∵PA是切线，PB是割线

∴$PA^2=PC\cdot PB$

(4)割线定理：从圆外一点引圆的两条割线，这一点到每条割线与圆的交点的两条线段长的积相等（如图）。

即：在⊙O中，∵PB、PE是割线

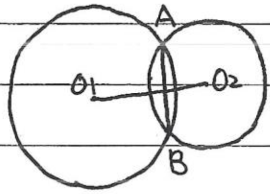
∴$PC\cdot PB=PD\cdot PE$

NO.

Date

两圆公共弦定理

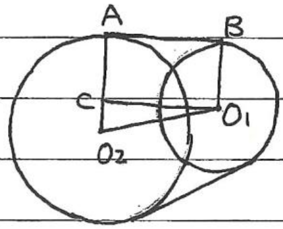
圆公共弦定理：两圆圆心的连线垂直并且平分这两个圆的公共弦。



如图：O_1O_2垂直平分AB.

即：∵⊙O_1.⊙O_2相交于A.B两点

∴O_1O_2垂直平分AB



圆的公切线

两圆公切线长的计算公式：

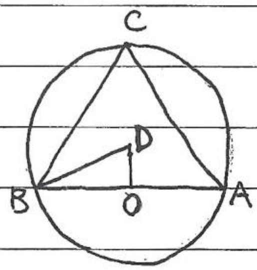
(1)公切线长：$\boxed{Rt\triangle O_1O_2C中,AB^2=CO_1^2=\sqrt{O_1O_2^2-CO_2^2};}$

(2)外公切线长：CO_2是半径之差；内公切线长：CO_2是半径之和.

圆的相关运算

(1) 圆内正多边形的计算

1. 正三角形



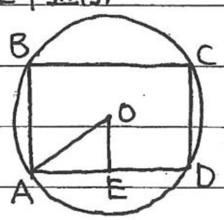
在⊙O中△ABC是正三角形，有关计算在Rt△BOD中进行：

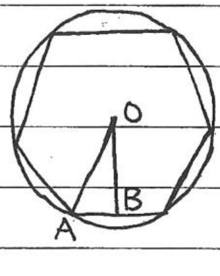
OD : BD : OB = 1 : $\sqrt{3}$: 2；

2. 正四边形

同理，四边形的有关计算在Rt△OAE中进行，

OE : AE : OA = 1 : 1 : $\sqrt{2}$；





3. 正六边形

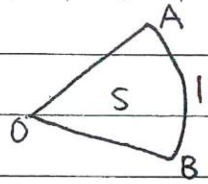
同理，六边形的有关计算在Rt△OAB中进行，

AB : OB : OA = 1 : $\sqrt{3}$: 2.

NO.

Date

(2).扇形、圆柱和圆锥的相关计算公式



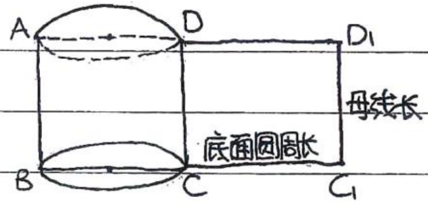
1.扇形:

(1) 弧长公式: $\boxed{l=\frac{n\pi R}{180}}$

(2) 扇形面积公式: $\boxed{S=\frac{n\pi R^2}{360}=\frac{1}{2}lR}$

n: 圆心角　R: 扇形所对应的圆的半径

l: 扇形弧长　S: 扇形面积

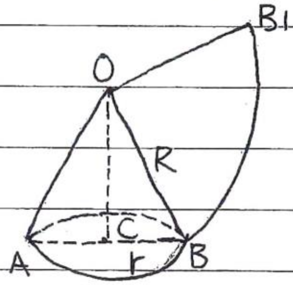


2.圆柱:

(1) 圆柱侧面展开图

$\boxed{S_表=S_侧+2S_底=2\pi rh+2\pi r^2}$

(2) 圆柱的体积: $\boxed{V=\pi r^2h}$



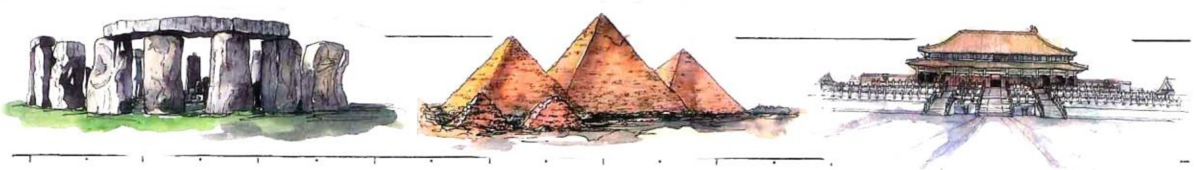
(3) 圆锥侧面展开图

$\boxed{S_表=S_侧+S_底=\pi Rr+\pi r^2}$

圆锥的体积: $\boxed{V=\frac{1}{3}\pi r^2h}$

★圆有关问题辅助线的常见作法　顺口溜

- 半径与弦长计算,弦心距来中间站。圆上若有一切线,切点圆心半径连。
- 要想证明是切线,半径垂线仔细辨。是直径,成半圆,想成直角径连弦。
- 弧有中点圆心连,垂径定理要记全。圆周角边两条弦,直径和弦端点连。
- 弦切角边切线弦,同弧对角等找完。要想作个外接圆,各边作出中垂线。
- 还要作个内切圆,内角平分线梦圆。如果遇到相交圆,不要忘作公共弦。
- 内外相切的两圆,经过切点公切线。若是添上连心线,切点肯定在上面。

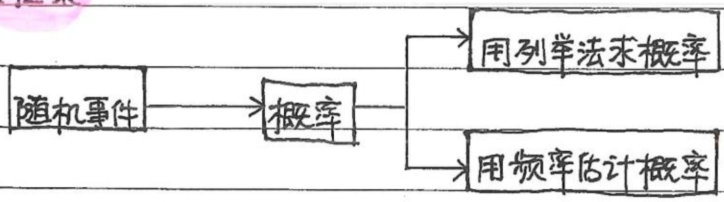


NO.

Date

第五章 统计初步与概率初步

知识框架



本章内容要求了解事件的可能性.在探究交流中学习体验概率在生活中的乐趣和实用性.学会计算概率.

概率 又称或然率、机会率或机率、可能性.是数学概率论的基本概念.是一个在0到1之间的实数.是对随机事件发生的可能性的度量。表示一个事件发生的可能性大小的数.叫做该事件的概率。它是随机事件出现的可能性的量度.同时也是概率论最基本的概念之一。人们常说某人有百分之多少的把握能通过这次考试.某件事发生的可能性是多少.这都是概率的实例。但如果一件事情发生的概率是1/n.不是指n次事件里必有一次发生该事件.而是指此事件发生的频率接近于1/n这个数值.

统计初步与概率初步知识点详解

考点一、平均数

1. 平均数的概念

(1) 平均数:一般地.如果有n个数$x_1, x_2, \cdots, x_n$.那么.$\boxed{\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)}$叫做这n个数的平均数.$\bar{x}$读作"x拔".

(2) 加权平均数.如果n个数中.x_1出现f_1次.x_2出现f_2次,⋯,x_k出现f_k次(这里$f_1+f_2+\cdots+f_k=n$).那么.根据平均数的定义.这n个数的平均数可以表示为$\boxed{\bar{x}=\frac{x_1f_1+x_2f_2+\cdots+x_kf_k}{n}}$.这样求得的平均数$\bar{x}$叫做加权平均数.其中$f_1, f_2, \cdots, f_k$叫做权.

NO.
Date

2.平均数的计算方法

(1)定义法

当所给数据的$x_1, x_2, \cdots, x_n$比较分散时,一般选用定义公式:$\boxed{\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)}$

(2)加权平均数法:

当所给数据重复出现时,一般选用加权平均数公式:$\boxed{\bar{x}=\frac{x_1f_1+x_2f_2+\cdots x_kf_k}{n}}$,其中$f_1+f_2+\cdots f_k=n$。

(3)新数据法:

当所给数据都在某一常数a的上下波动时,一般选用简化公式:$\boxed{\bar{x}=\bar{x'}+a}$

其中,常数a通常取接近这组数据平均数的较"整"的数,$x'_1=x_1-a$,$x'_2=x_2-a$,…,$x'_n=x_n-a$。$\bar{x'}=\frac{1}{n}(x'_1+x'_2+\cdots+x'_n)$是新数据的平均数(通常把$x_1, x_2, \cdots, x_n$叫做原数据,$x'_1, x'_2, \cdots, x'_n$叫做新数据)。

考点二、统计学中的几个基本概念

1. 总体:所有考察对象的全体叫做总体。
2. 个体:总体中每一个考察对象叫做个体。
3. 样本:从总体中所抽取的一部分个体叫做总体的一个样本。
4. 样本容量:样本中个体的数目叫做样本容量。
5. 样本平均数:样本中所有个体的平均数叫做样本平均数。
6. 总体平均数:总体中所有个体的平均数叫做总体平均数,在统计中,通常用样本平均数估计总体平均数。

考点三、众数、中位数

1.众数

在一组数据中,出现次数最多的数据叫做这组数据的众数。

NO.

Date · ·

2. 中位数

将一组数据按大小依次排列，把处在最中间位置的一个数据(或最中间两个数据的平均数)叫做这组数据的中位数.

考点四. 方差

1. 方差的概念

在一组数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 中，各数据与它们的平均数 $\bar{x}$ 的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差。通常用"S^2"表示，即

$$\boxed{S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}$$

2. 方差的计算

(1) 基本公式：

$$S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$$

(2) 简化计算公式(I)：

$$S^2=\frac{1}{n}[(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2)-n\bar{x}^2]$$

也可写成 $\boxed{S^2=\frac{1}{n}[(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2)]-\bar{x}^2}$

此公式的记忆方法是：方差等于原数据平方的平均数减去平均数的平方.

(3) 简化计算公式(II)：

$$S^2=\frac{1}{n}[(x_1'^2+x_2'^2+\cdots+x_n'^2)-n\bar{x}'^2]$$

当一组数据中的数据较大时，可以按照简化平均数的计算方法，将每个数据同时减去一个与它们的平均数接近的常数 a，得到一组新数据 $x'_1=x_1-a$，$x'_2=x_2-a$，$\cdots$，$x'_n=x_n-a$，那么 $\boxed{S^2=\frac{1}{n}[(x_1'^2+x_2'^2+\cdots+x_n'^2)]-\bar{x}'^2}$

此公式的记忆方法是：方差等于新数据平方的平均数减去新数据平均数的平方.

(4) 新数据法：

NO.
Date

原数据$x_1, x_2, \cdots, x_n$的方差与新数据$x'_1=x_1-a$，$x'_2=x_2-a, \cdots, x'_n=x_n-a$的方差相等，也就是说，根据方差的基本公式，求得$x'_1, x'_2, \cdots, x'_n$的方差就等于原数据的方差。

3. 标准差

方差的算术平方根叫做这组数据的标准差，用"s"表示，即

$$\boxed{s=\sqrt{s^2}=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}}$$

考点五、频率分布

1、频率分布的意义

在许多问题中，只知道平均数和方差还不够，还需要知道样本中数据在各个小范围所占的比例的大小，这就需要研究如何对一组数据进行整理，以便得到它的频率分布。

2. 研究频率分布的一般步骤及有关概念

(1) 研究样本的频率分布的一般步骤是：

① 计算极差（最大值与最小值的差）

⇓

② 决定组距与组数

⇓

③ 决定分点

⇓

④ 列频率分布表

⇓

⑤ 画频率分布直方图

(2) 频率分布的有关概念

① 极差：最大值与最小值的差

② 频数：落在各个小组内的数据的个数

③ 频率：每一小组的频数与数据总数（样本容量n）的比值叫做这小组的频率

NO.

Date

考点六.确定事件和随机事件

1.确定事件

● 必然发生的事件:在一定的条件下重复进行试验时,在每次试验中必然会发生的事件。

● 不可能发生的事件:有的事件在每次试验中都不会发生,这样的事件叫做不可能的事件.

2.随机事件:

在一定条件下,可能发生也可能不发生的事件,称为随机事件.

考点七.随机事件发生的可能性

一般地,随机事件发生的可能性是有大小的.不同的随机事件发生的可能性的大小有可能不同。

对随机事件发生的可能性的大小,我们利用反复试验所获取一定的经验数据可以预测它们发生机会的大小。要评判一些游戏规则对参与游戏者是否公平,就是看它们发生的可能性是否一样。所谓判断事件可能性是否相同,就是要看各事件发生的可能性的大小是否一样,用数据来说明问题.

考点八.概率的意义与表示方法

1.概率的意义

一般地,在大量重复试验中,如果事件A发生的频率$\frac{m}{n}$会稳定在某个常数P附近,那么这个常数P就叫做事件A的概率.

2.事件和概率的表示方法

一般地,事件用英文大写字母A.B.C.…,表示事件A的概率P,可记为$\boxed{P(A)=P}$

NO.

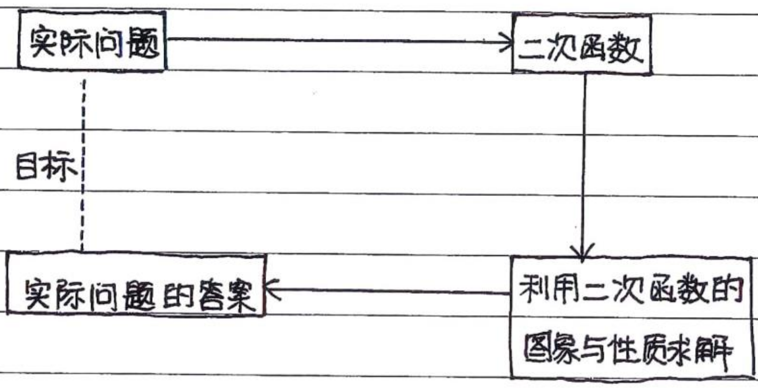
Date

九年级数学(下)知识点

九年级数学下册主要包括了二次函数、相似、锐角三角形、投影与视图四个章节的内容。

第一章 二次函数

知识框架



知识概念

1. 二次函数：一般地，自变量x和因变量y之间存在如下关系：一般式：$\boxed{y=ax^2+bx+c\ (a\neq0,\ a、b、c为常数)}$，则称y为x的二次函数。

2. 二次函数的解析式三种形式：

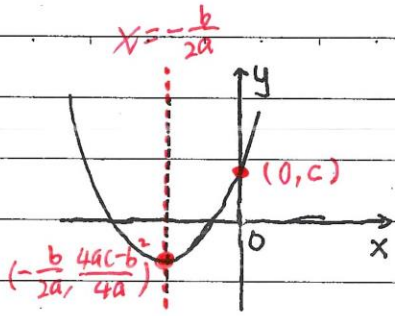
- 一般式 $\boxed{y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)}$
- 顶点式 $\boxed{y=a(x-h)^2+k}$

  $y=a(x-\frac{b}{2a})^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$
- 交点式 $\boxed{y=a(x-x_1)(x-x_2)}$

NO.

Date

3. 二次函数图像与性质



- 对称轴：$x=-\frac{b}{2a}$
- 顶点坐标：$(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$
- 与y轴交点坐标 $(0,c)$

4. 增减性：

- 当 $a>0$ 时，对称轴左边，y随x增大而减小；对称轴右边，y随x增大而增大
- 当 $a<0$ 时，对称轴左边，y随x增大而增大；对称轴右边，y随x增大而减小.

5. 二次函数图像画法：

勾画草图关键点：

① 开口方向
② 对称轴
③ 顶点
④ 与x轴交点
⑤ 与y轴交点

6. 图像平移步骤

(1) 配方 $y=a(x-h)^2+k$，确定顶点 (h,k)
(2) 对x轴左加右减，对y轴上加下减

7. 二次函数的对称性

★ 二次函数是轴对称图形，有这样一个结论：当横坐标为 x_1, x_2 其对应的纵坐标相等，那么对称轴 $\boxed{x=\frac{x_1+x_2}{2}}$

NO.

Date

8. 根据图像判断a.b.c的符号

(1) a —— 开口方向

(2) b —— 对称轴与a方向右异

9. 二次函数与一元二次方程的关系

抛物线$y=ax^2+bx+c$与x轴交点的横坐标x_1, x_2是一元二次方程$ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$的根.

抛物线$y=ax^2+bx+c$. 当$y=0$时. 抛物线便转化为一元二次方程$ax^2+bx+c=0$

- $b^2-4ac>0$时, 一元二次方程有两个不相等的实根, 二次函数图像与x轴有两个交点;
- $b^2-4ac=0$时. 一元二次方程有两个相等的实根, 二次函数图像与x轴有一个交点;
- $b^2-4ac<0$时. 一元二次方程有不等的实根, 二次函数图像与x轴没有交点.

二次函数知识很容易与其它知识综合应用, 而形成较为复杂的综合题目。因此以二次函数知识为主的综合性题目是中考的热点考题, 往往以大题形式出现。

二次函数知识点总结

一、二次函数概念

1. 二次函数的概念: 一般地, 形如$y=ax^2+bx+c$ (a.b.c是常数, $a\neq0$)的函数, 叫做二次函数.

这里需要强调: 和一元二次方程类似, 二次项系数$a\neq0$, 而b, c可以为零. 二次函数的定义域是全体实数.

2. 二次函数$y=ax^2+bx+c$的结构特征:

(1) 等号左边是函数, 右边是关于自变量x的二次式, x的最高次数是2.

NO.

Date . .

(2) a.b.c是常数. a是二次项系数. b是一次项系数. c是常数项.

二. 二次函数的基本形式

1. 二次函数基本形式: $y=ax^2$ 的性质.

a的符号	开口方向	顶点坐标	对称轴	性质
$a>0$	向上	$(0,0)$	y轴	$x>0$时. y随x的增大而增大; $x<0$时. y随x的增大而减小; $x=0$时. y有最小值0.
$a<0$	向下	$(0,0)$	y轴	$x>0$时. y随x的增大而减小; $x<0$时. y随x的增大而增大; $x=0$时. y有最大值0.

2. $y=ax^2+c$ 的性质: 上加下减.

a的符号	开口方向	顶点坐标	对称轴	性质
$a>0$	向上	$(0,c)$	y轴	$x>0$时. y随x的增大而增大 $x<0$时. y随x的增大而减小 $x=0$时. y有最小值c.
$a<0$	向下	$(0,c)$	y轴	$x>0$时. y随x的增大而减小; $x<0$时. y随x的增大而增大; $x=0$时. y有最大值c.

NO.

Date

3. $y=a(x-h)^2$的性质：左加右减。

a的符号	开口方向	顶点坐标	坐标轴	性质
$a>0$	向上	$(h,0)$	$x=h$	$x>h$时，y随x的增大而增大； $x<h$时，y随x的增大而减小； $x=h$时，y有最小值0.
$a<0$	向下	$(h,0)$	$x=h$	$x>h$时，y随x的增大而减小； $x<h$时，y随x的增大而增大； $x=h$时，y有最大值0.

4. $y=a(x-h)^2+k$的性质：

a的符号	开口方向	顶点坐标	对称轴	性质
$a>0$	向上	(h,k)	$x=h$	$x>h$时，y随x的增大而增大； $x<h$时，y随x的增大而减小； $x=h$时，y有最小值k.
$a<0$	向下	(h,k)	$x=h$	$x>h$时，y随x的增大而减小； $x<h$时，y随x的增大而增大 $x=h$时，y有最大值k.

三、二次函数图象的平移

1. 平移步骤：

方法一：(1) 将抛物线解析式转化成顶点式$y=a(x-h)^2+k$，确定其顶点坐标(h,k)；

(2) 保持抛物线$y=ax^2$的形状不变，将其顶点平移到(h,k)处，具体平移方法如下：

NO.

Date

$$
\begin{tikzcd}[column sep=huge, row sep=huge]
y=ax^2 \arrow[rr, "\text{向上}(k>0)[\text{或向下}(k<0)]\text{平移}|k|\text{个单位}"] \arrow[d, "\text{向右}(h>0)[\text{或左}(h<0)]\text{平移}|k|\text{个单位}"'] \arrow[drr, "\text{向右平移}(h>0)[\text{或左}(h<0)]|k|\text{个单位}"] & & y=ax^2+k \arrow[d, "\text{向右}(h>0)[\text{或左}(h<0)]\text{平移}|k|\text{个单位}"] \\
y=a(x-h)^2 \arrow[rr, "\text{向上}(k>0)[\text{或下}(k<0)]\text{平移}|k|\text{个单位}"'] & & y=a(x-h)^2+k
\end{tikzcd}
$$

向上$(k>0)$[或下$(k<0)$]平移$|k|$个单位

★ 2. 平移规律

在原有函数的基础上"h值正右移，负左移；k值正上移，负下移"，概括成八个字"左加右减，上加下减"。

方法二：

(1) $y=ax^2+bx+c$沿y轴平移：向上(下)平移m个单位，$y=ax^2+bx+c$变成$y=ax^2+bx+c+m$（或$y=ax^2+bx+c-m$）

(2) $y=ax^2+bx+c$沿轴平移：向左(右)平移m个单位，$y=ax^2+bx+c$变成$y=a(x+m)^2+b(x+m)+c$（或$y=a(x-m)^2+b(x-m)+c$）

四. 二次函数$y=a(x-h)^2+k$与$y=ax^2+bx+c$的比较

从解析上看，$y=a(x-h)^2+k$与$y=ax^2+bx+c$是两种不同的表现形式，后者通过配方可以得到前者，即$y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$，其中$h=-\frac{b}{2a}$，$k=\frac{4ac-b^2}{4a}$

NO.
Date

五、二次函数$y=ax^2+bx+c$图像的画法

五点绘图法，利用配方法将二次函数$y=ax^2+bx+c$化为顶点式$y=a(x-h)^2+k$，确定其开口方向、对称轴及顶点坐标，然后在对称轴两侧，左右对称地描点画图。一般我们选取的五点为：顶点、与y轴的交点$(0,c)$、以及$(0,c)$关于对称轴对称的点$(2h,c)$、与x轴的交点$(x_1,0)$，$(x_2,0)$（若与x轴没有交点，则取两组关于对称轴对称的点）。画草图时应抓住几点：开口方向，对称轴，顶点，与x轴的交点，与y轴的交点。

六、二次函数$y=ax^2+bx+c$的性质

1. 当$a>0$时，抛物线开口向上，对称轴为$x=-\frac{b}{2a}$，顶点坐标为$\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

当$x<-\frac{b}{2a}$时，y随x的增大而减小；当$x>-\frac{b}{2a}$时，y随x的增大而增大；当$x=-\frac{b}{2a}$时，y有最小值$\frac{4ac-b^2}{4a}$

2. 当$a<0$时，抛物线开口向下，对称轴为$x=-\frac{b}{2a}$，顶点坐标为$\left(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

当$x<-\frac{b}{2a}$时，y随x的增大而增大；当$x>-\frac{b}{2a}$时，y随x的增大而减小；

当$x=-\frac{b}{2a}$时，y有最大值$\frac{4ac-b^2}{4a}$

七、二次函数解析式的表示方法

1. 一般式：$y=ax^2+bx+c$（a,b,c为常数，$a\neq0$）；
2. 顶点式：$y=a(x-h)^2+k$（a,h,k为常数，$a\neq0$）；
3. 两根式：$y=a(x-x_1)(x-x_2)$（$a\neq0$，x_1、x_2是抛物线与x轴两交点的横坐标）。

● 注意：任何二次函数的解析式都可以化成一般式或顶点式，但并非所有的二次函数都可以写成交点式，只有抛物线与x轴有交点，即$b^2-4ac\geq0$时，抛物线的解析式才可以用交点式表示，二次函数解析式的这三种形式可以互化。

NO.

Date . .

八. 二次函数的图像与各项系数之间的关系

1. 二次项系数a

二次函数$y=ax^2+bx+c$中, a作为二次项系数, 显然$a\neq0$.

(1) 当$a>0$时, 抛物线开口向上, a的值越大, 开口越小, 反之a的值越小, 开口越大;

(2) 当$a<0$时, 抛物线开口向下, a的值越小, 开口越大, 反之a的值越大, 开口越大.

★ 总结起来, a决定了抛物线开口的大小和方向, a的正负决定开口方向, $|a|$的大小决定开口的大小.

2. 一次项系数b

在二次项系数a确定的前提下, b决定了抛物线的对称轴.

(1) 在$a>0$的前提下.

- 当$b>0$时, $-\frac{b}{2a}<0$, 即抛物线的对称轴在y轴左侧;
- 当$b=0$时, $-\frac{b}{2a}=0$, 即抛物线的对称轴就是y轴;
- 当$b<0$时, $-\frac{b}{2a}>0$, 即抛物线对称轴在y轴的右侧;

(2) 在$a<0$的前提下, 结论刚好与上述相反, 即

- 当$b>0$时, $-\frac{b}{2a}>0$, 即抛物线的对称轴在y轴右侧;
- 当$b=0$时, $-\frac{b}{2a}=0$, 即抛物线的对称轴就是y轴.
- 当$b<0$时, $-\frac{b}{2a}<0$, 即抛物线对称轴在y轴的左侧.

★ 总结起来, 在a确定的前提下, b决定了抛物线对称轴的位置.

ab的符号的判定: 对称轴$x=-\frac{b}{2a}$在y轴左边则$ab>0$, 在y轴的右侧则$ab<0$, 概括的说就是"左同右异"

3. 常数项c

(1) 当$c>0$时, 抛物线与y轴的交点在x轴上方, 即抛物线与y轴交点的纵坐标为正,

NO.

Date

(2) 当$c=0$时，抛物线与y轴的交点为坐标原点，即抛物线与y轴交点的纵坐标为0；

(3) 当$c<0$时，抛物线与y轴的交点在x轴下方，即抛物线与y轴交点的纵坐标为负。

★ 总结起来，c决定了抛物线与y轴交点的位置。

总之，只要a，b，c都确定，那么这条抛物线就是唯一确定的。

二次函数解析式的确定：

根据已知条件确定二次函数解析式，通常利用待定系数法，用待定系数法求二次函数的解析式必须根据题目的特点，选择适当的形式，才能使解题简便，一般来说，有如下几种情况：

1. 已知抛物线上三点的坐标，一般选用一般式；
2. 已知抛物线顶点或对称轴或最大(小)值，一般选用顶点式；
3. 已知抛物线与x轴的两个交点的横坐标，一般选用两根式；
4. 已知抛物线上纵坐标相同的两点，常选用顶点式。

九、二次函数图像的对称

二次函数图像的对称一般有五种情况，可以用一般式或顶点式表达

1. 关于x轴对称

- $y=ax^2+bx+c$关于x轴对称后，得到的解析式是$y=-ax^2-bx-c$；
- $y=a(x-h)^2+k$关于x轴对称后，得到的解析式是$y=-a(x-h)^2-k$；

2. 关于y轴对称

- $y=ax^2+bx+c$关于y轴对称后，得到的解析式是$y=ax^2-bx+c$；
- $y=a(x-h)^2+k$关于y轴对称后，得到的解析式是$y=a(x+h)^2+k$；

NO.

Date

3. 关于原点对称

- $y=ax^2+bx+c$ 关于原点对称后，得到的解析式是 $y=-ax^2+bx-c$；
- $y=a(x-h)^2+k$ 关于原点对称后，得到的解析式是 $y=-a(x+h)^2-k$；

4. 关于顶点对称（即：抛物线绕顶点旋转180°）

- $y=ax^2+bx+c$ 关于顶点对称后，得到的解析式是 $y=-ax^2-bx+c-\frac{b^2}{2a}$
- $y=a(x-h)^2+k$ 关于顶点对称后，得到的解析式是 $y=-a(x-h)^2+k$.

5. 关于点(m.n)对称

- $y=a(x-h)^2+k$ 关于点(m.n)对称后，得到的解析式是 $y=-a(x+h-2m)^2+2n-k$
- $y=a(x-h)^2+k$ 关于点(m.n)对称后，得到的解析式是 $y=-a(x+h-2m)^2+2n-k$

根据对称的性质，显然无论作何种对称变换，抛物线的形状一定不会发生变化，因此|a|永远不变，求抛物线的对称抛物线的表达式时，可以依据题意或方便运算的原则，选择合适的形式，习惯上是先确定原抛物线（或表达式已知的抛物线）的顶点坐标及开口方向，再确定其对称抛物线的顶点坐标及开口方向，然后再写出其对称抛物线的表达式。

七、二次函数与一元二次方程：

1. 二次函数与一元二次方程的关系（二次函数与x轴交点情况）：

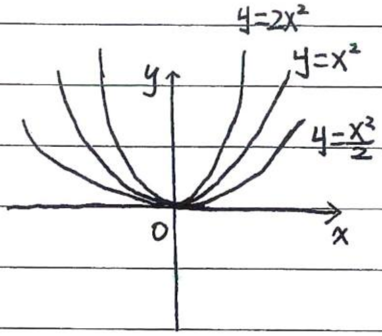
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 当函数值 $y=0$ 时的特殊情况。

图象与x轴的交点个数：

① 当 $\Delta=b^2-4ac>0$ 时，图象与x轴交于两点 $A(x_1,0)$，$B(x_2,0)$ $(x_1\neq x_2)$，其中的 x_1、x_2

NO.
Date

是一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的两根，这两点间的距离$AB=|x_2-x_1|=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$.



②当$\Delta=0$时，图象与x轴只有一个交点.

③当$\Delta<0$时，图象与x轴没有交点.

- 当$a>0$时，图象落在x轴的上方，无论x为任何实数，都有$y>0$；
- 当$a<0$时，图象落在x轴的下方，无论x为任何实数，都有$y<0$.

2. 抛物线$y=ax^2+bx+c$的图象与y轴一定相交，交点坐标为$(0,c)$；

3. 二次函数常用解题方法总结：

(1) 求二次函数的图象与x轴的交点坐标，需转化为一元二次方程；

(2) 求二次函数的最大(小)值需要利用配方法将二次函数由一般式转化为顶点式；

(3) 根据图象的位置判断二次函数$y=ax^2+bx+c$中a,b,c的符号，或由二次函数中a,b,c的符号判断图象的位置，要数形结合；

(4) 二次函数的图象关于对称轴对称，可利用这一性质，求和已知一点对称的点坐标，或已知与x轴的一个交点坐标，可由对称性求出另一个交点坐标.

(5) 与二次函数有关的还有二次三项式，二次三项式$ax^2+bx+c\ (a\neq0)$本身就是所含字母x的二次函数；下面以$a>0$时为例，揭示二次函数、二次三项式和一元二次方程之间的内在联系：

NO.

Date

二次函数、二次三项式和一元二次方程的内在关系

$\Delta>0$	抛物线与x轴有两个交点	二次三项式的值可正、可零、可负	一元二次方程有两个不相等实根
$\Delta=0$	抛物线与x轴只有一个交点	二次三项式的值为非负	一元二次方程有两个相等的实数根
$\Delta<0$	抛物线与x轴无交点	二次三项式的值恒为正	一元二次方程无实数根

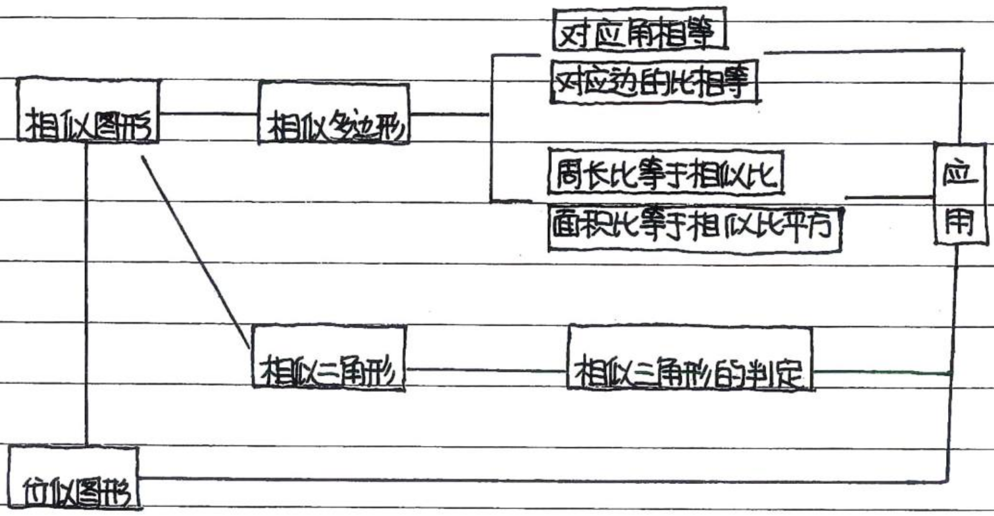


NO.

Date

第二章　相似

知识框架



知识概念

1、相似三角形：

对应角相等，对应边成比例的两个三角形叫做相似三角形，互为相似形的三角形叫做相似三角形.

2. 相似三角形的判定方法：

根据相似图形的特征来判断。(对应边成比例.对应角相等)

① 平行于三角形一边的直线(或两边的延长线)和其它两边相交.所构成的三角形与原三角形相似；

② 如果一个三角形的两个角与另一个三角形的两个角对应相等.那么这两个三角形相似；

NO.

Date

③ 如果两个三角形的两组对应边的比相等，并且相应的夹角相等，那么这两个三角形相似；

④ 如果两个三角形的三组对应边的比相等，那么这两个三角形相似；

3. 直角三角形相似判定定理：

① 斜边与一条直角边对应成比例的两直角三角形相似.

② 直角三角形被斜边上的高分成的两个直角三角形与原直角三角形相似，并且分成的两个直角三角形也相似.

4. 相似三角形的性质：

① 相似三角形的一切对应线段（对应高、对应中线、对应角平分线、外接圆半径、内切圆半径等）的比等于相似比.

② 相似三角形周长的比等于相似比.

③ 相似三角形面积的比等于相似比的平方.






NO.
Date

相似三角形基本知识点

知识点一：放缩与相似形

1. 图形的放大或缩小，称为图形的放缩运动.

2. 把形状相同的两个图形说成是相似的图形，或者就说是相似性.

注意：(1) 相似图形强调图形形状相同，与它们的位置、颜色、大小无关.

(2) 相似图形不仅仅指平面图形，也包括立体图形相似的情况.

(3) 我们可以这样理解相似性：两个图形相似，其中一个图形可以看作是由另一个图形放大或缩小得到的.

(4) 若两个图形形状与大小都相同，这时是相似图形的一种特例——全等形.

3. 相似多边形的性质：如果两个多边形是相似形，那么这两个多边形的对应角相等，对应边的长度成比例.

注意：当两个相似的多边形是全等形时，他们的对应边的长度的比值是1.

知识点二：比例线段有关概念及性质

(1) 有关概念：

1. 比：选用同一长度单位量得两条线段。a、b的长度分别是m、n，那么就说这两条线段的比是 $\boxed{a:b=m:n\ (\text{或}\ \frac{a}{b}=\frac{m}{n})}$

2. 比的前项，比的后项：两条线段的比a:b中，a叫做比的前项，b叫做比的后项。

说明：求两条线段的比时，对这两条线段要用同一单位长度.

NO.

Date

3. 比例：两个比相等的式子叫做比例，如 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

4. 比例外项：在比例 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$（或 $a:b=c:d$）中 a、d 叫做比例外项.

5. 比例内项：在比例 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$（或 $a:b=c:d$）中 b、c 叫做比例内项.

6. 第四比例项：在比例 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$（或 $a:b=c:d$）中，d 叫做 a、b、c 的第四比例项.

7. 比例中项：如果比例中两个比例内项相等，即比例为 $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$（或 $a:b=b:c$ 时，我们把 b 叫做 a 和 d 的比例中项.

8. 比例线段：对于四条线段 a、b、c、d，如果其中两条线段的长度的比与另两条线段的长度的比相等，即 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$（或 $a:b=c:d$），那么，这四条线段叫做成比例线段，简称比例线段.（注意：在求线段比时，线段单位要统一，单位不统一应先化成同一单位）

(2) 比例性质

1. 基本性质：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow ad=bc$（两外项的积等于两内项积）

2. 反比性质：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$（把比的前项、后项交换）

3. 更比性质（交换比例的内项或外项）：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow$
- $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$.（交换内项）
- $\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$.（交换外项）
- $\frac{d}{c}=\frac{b}{a}$.（同时交换内外项）

NO.

Date

4. 合比性质：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{a\pm b}{b}=\frac{c\pm d}{d}$（分子加(减)分母，分母不变）

注意：实际上，比例的合比性质可扩展为：比例式中等号左右两个比的前项，后项之间发生同样和差变化比例仍成立。如：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\frac{b-a}{a}=\frac{d-c}{c}\\ \frac{a-b}{a+b}=\frac{c-d}{c+d}\end{array}\right.$

5. 等比性质：（分子分母分别相加，比值不变）

如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots=\frac{m}{n}(b+d+f+\cdots+n\neq0)$，那么 $\frac{a+c+e+\cdots+m}{b+d+f+\cdots+n}=\frac{a}{b}$.

注意：

(1) 此性质的证明运用了"设k法"，这种方法是有关比例计算，变形中一种常用方法。

(2) 应用等比性质时，要考虑到分母是否为零。

(3) 可利用分式性质将连等式的每一个比的前项与后项同时乘以一个数，再利用等比性质也成立。

知识点三：黄金分割

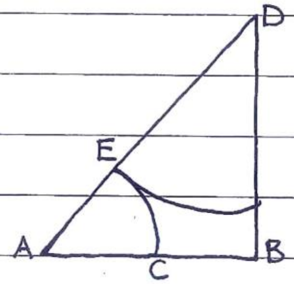
1) 定义：在线段AB上，点C把线段AB分成两条线段AC和BC（AC>BC），如果 $\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AC}$，即 $AC^2=AB\times BC$，那么称线段AB被点C黄金分割，点C叫做线段AB的黄金分割点，AC与AB的比叫做黄金比。其中 $AC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB\approx0.618AB$.

2) 黄金分割的几何作图：已知：线段AB，求作：点C使C是线段AB的黄金分割点。

作法：① 过点B作 $BD\perp AB$，使 $BD=\frac{1}{2}AB$

② 连接AD，在DA上截取DE=DB；

③ 在AB上截取AC=AE，则点C就是所求作的线段AB的黄金分割点。黄金分割的比值为：$\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AC}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$（只要求记住）



NO.

Date

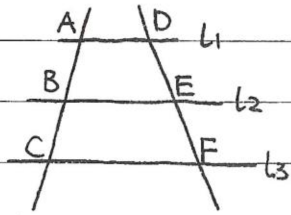
3) 矩形中，如果宽与长的比是黄金比，这个矩形叫做黄金矩形.

知识点四：平行线分线段成比例定理

(一) 平行线分线段成比例定理

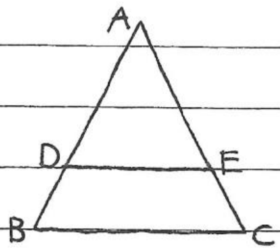
1. 平行线分线段成比例定理：三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比.

【例】已知 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$.

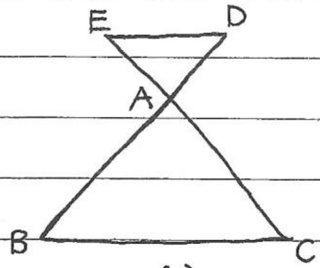


可得 $\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$ 或 $\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{DF}$ 等.

2. 推论：平行于三角形一边的直线截其它两边(或两边的延长线)所得的对应线段成比例.



(1)



(2)

(1)是"A"字型

(2)是"8"字型

经常考，关键在于找

由 $DE \parallel BC$ 可得：$\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$ 或 $\frac{BD}{AD}=\frac{EC}{EA}$ 或 $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$. 此推论较原定理应用更加广泛，条件是平行.

3. 推论的逆定理：

如果一条直线截三角形的两边(或两边的延长线)所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边。(即利用比例式证平行线)

NO.

Date

4. 定理：平行于三角形的一边，并且和其它两边相交的直线，所截的三角形的三边与原三角形三边对应成比例.

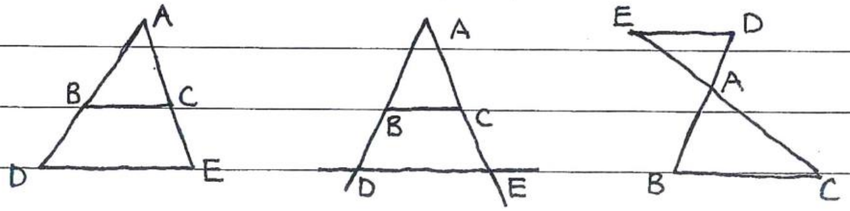
5. 平行线等分线段定理：三条平行线截两条直线，如果在一条直线上截得的线段相等，那么在另一条直线上截得的线段也相等.

三角形一边的平行线性质定理

- 定理：平行于三角形一边的直线截其他两边所得的线段对应成比例.
- 几何语言 ∵ $\triangle ABE$ 中 $BD \parallel CE$

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE}$ 简记：$\frac{上}{下} = \frac{上}{下}$

归纳：$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$ 和 $\frac{BC}{AC} = \frac{DE}{AE}$ ●推广：类似地还可以得到 $\frac{上}{全} = \frac{上}{全}$ 和 $\frac{下}{全} = \frac{下}{全}$

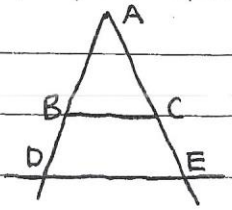


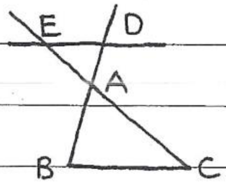
三角形一边的平行线性质定理推论

平行于三角形一边的直线截其他两边所在的直线，截得的三角形的三边与原三角形的三边对应成比例.

三角形一边的平行线的判定定理

- 三角形一边平行线判定定理：如果一条直线截三角形的两边所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边.





● 三角形一边的平行线判定定理推论：如果一条直线截三角形两边的延长线（这两边的延长线在第三边的同侧）所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边.

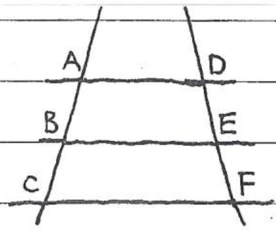
平行线分线段成比例定理

1. 平行线分线段成比例定理：

两条直线被三条平行的直线所截，截得的对应线段成比例.

用符号语言表示：$AD\parallel BE\parallel CF$，∴ $\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$，$\frac{BC}{AC}=\frac{EF}{DF}$，$\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{DF}$.

2. 平行线等分线段定理：两条直线被三条平行的直线所截，如果在一直线上所截得的线段相等，那么在另一直线上所截得的线段也相等.



用符号语言表示：$\left.\begin{array}{l} AD\ \ BE\ \ CF \\ DE=DF \end{array}\right| \Rightarrow AB=BC$.

★ 重心定义：三角形三条中线相交于一点，这个交点叫做三角形的$\boxed{\text{重心}}$.

重心的性质：三角形的重心到一个顶点的距离，等于它到对边中点的距离的两倍.

知识点五：相似三角形

1. 相似三角形

1) 定义：如果两个三角形中，三角对应相等，三边对应成比例，那么这两个三角形叫做$\boxed{\text{相似三角形}}$

NO.

Date

几种特殊三角形的相似关系：
- 两个全等三角形一定相似.
- 两个等腰直角三角形一定相似.
- 两个等边三角形一定相似.
- 两个直角三角形和两个等腰三角形不一定相似.

● 补充：对于多边形而言，所有圆相似；所有正多边形相似（如正四边形、正五边形等等）；

2) 性质：两个相似三角形中，对应角相等，对应边成比例.

3) 相似比：两个相似三角形的对应边的比，叫做这两个三角形的相似比.

如$\triangle ABC$与$\triangle DEF$相似，记作$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$。相似比为$k$.

4) 判定：①定义法：对应角相等，对应边成比例的两个三角形相似。

②三角形相似的预备定理：平行于三角形一边的直线和其它两边相交，所构成的三角形与原三角形相似.

三角形相似的判定定理：

判定定理1：如果一个三角形的两个角与另一个三角形的两个角对应相等，那么这两个三角形相似。

简述为：两角对应相等，两三角形相似。（此定理用的最多）

判定定理2：如果一个三角形的两条边和另一个三角形的两条边对应成比例，并且夹角相等，那么这两个三角形相似.

简述为：两边对应成比例且夹角相等，两三角形相似.

判定定理3：如果一个三角形的三条边与另一个三角形的三条边对应成比例，那么这两个三角形相似。

简述为：三边对应成比例，两三角形相似.

直角三角形相似判定定理：

NO.

Date

① 斜边与一条直角边对应成比例的两直角三角形相似.

② 直角三角形被斜边上的高分成的两个直角三角形与原直角三角形相似,并且分成的两个直角三角形也相似.

补充一:直角三角形中的相似问题.

斜边的高分直角三角形所成的两个直角三角形与原直角三角形相似.

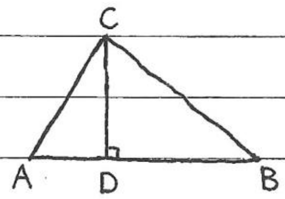
射影定理:

$CD^2 = AD \cdot BD$,

$AC^2 = AD \cdot AB$,

$BC^2 = BD \cdot BA$.

★



(在直角三角形的计算和证明中有广泛的应用).

补充二:三角形相似的判定定理推论:

- 推论一: 顶角或底角相等的两个等腰三角形相似.
- 推论二: 腰和底对应成比例的两个等腰三角形相似.
- 推论三: 有一个锐角相等的两个直角三角形相似.
- 推论四: 直角三角形被斜边上的高分成的两个直角三角形和原三角形都相似.
- 推论五: 如果一个三角形的两边和其中一边上的中线与另一个三角形的对应部分成比例,那么这两个三角形相似.

相似三角形的性质:

①相似三角形对应角相等,对应边成比例.

②相似三角形对应高,对应角平分线,对应中线,周长的比都等于相似比(对应边的比).

③相似三角形对应面积的比等于相似比的平方.

NO.
Date

2. 相似的应用：位似

1) 定义：如果两个多边形不仅相似，而且对应顶点的连线相交于一点，那么这样的两个图形叫做位似图形，这个点叫做位似中心，这时的相似比又称为位似比.

需注意：①位似是一种具有位置关系的相似，所以两个图形是位似图形，必定是相似图形，而相似图形不一定是位似图形。

②两个位似图形的位似中心只有一个。

③两个位似图形可能位于位似的两侧，也可能位于位似中心的一侧.

④位似比就是相似比.

2) 性质：①位似图形首先是相似图形，所以它具有相似图形的一切性质。

②位似图形是一种特殊的相似图形，它又具有特殊的性质，位似图形上任意一对对应点到位似中心的距离等于位似比（相似比）.

③每对位似对应点与位似中心共线，不经过位似中心的对应线段平行。

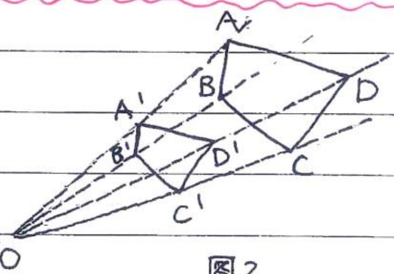


图2

NO.

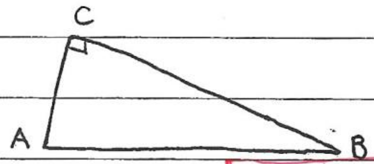
Date

第三章 锐角三角函数

知识框架

直角三角形中的边角关系 → 锐角三角函数 → 解直角三角形 → 实际问题

知识概念



1. Rt△ABC中

(1) ∠A的对边与斜边的比值是∠A的正弦，记作 $\boxed{\sin A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}}$

(2) ∠A的邻边与斜边的比值是∠A的余弦，记作 $\boxed{\cos A=\frac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}}$

(3) ∠A的对边与邻边的比值是∠A的正切，记作 $\boxed{\tan A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\angle A\text{的邻边}}}$

(4) ∠A的邻边与对边的比值是∠A的余切，记作 $\boxed{\cot A=\frac{\angle A\text{的邻边}}{\angle A\text{的对边}}}$

2. 特殊值的三角函数：

a	$\sin a$	$\cos a$	$\tan a$	$\cot a$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. 互余角的三角函数间的关系

$\sin(90°-a)=\cos a$，$\cos(90°-a)=\sin a$.

$\tan(90°-a)=\cot a$，$\cot(90°-a)=\tan a$.

NO.
Date

4. 同角三角函数间的关系

● 平方关系：

$$\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$$

$$\tan^2(\alpha)+1=\sec^2(\alpha)$$

$$\cot^2(\alpha)+1=\csc^2(\alpha)$$

● 积的关系：

$$\sin\alpha=\tan\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$\cos\alpha=\cot\alpha\cdot\sin\alpha$$

$$\tan\alpha=\sin\alpha\cdot\sec\alpha$$

$$\cot\alpha=\cos\alpha\cdot\csc\alpha$$

$$\sec\alpha=\tan\alpha\cdot\csc\alpha$$

$$\csc\alpha=\sec\alpha\cdot\cot\alpha$$

● 倒数关系：

$$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$$

$$\sin\alpha\cdot\csc\alpha=1$$

$$\cos\alpha\cdot\sec\alpha=1$$

5. 三角函数值

(1) 特殊角三角函数值

(2) $0^\circ\sim90^\circ$的任意角的三角函数值，查三角函数表。

(3) 锐角三角函数值的变化情况.

(4) 锐角三角函数值都是正值

(5) 当角度在0°-90°间变化时，

正弦值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小)

NO.

Date

余弦值随着角度的增大(或减小)而减小(或增大)

正切值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小)

余切值随着角度的增大(或减小)而减小(或增大)

(6) ●当角度在 $0^\circ \le \angle A \le 90^\circ$ 间变化时

$0^\circ \le \sin\alpha \le 1$，$1 \ge \cos A \ge 0$.

●当角度在 $0^\circ < \angle A < 90^\circ$ 间变化时，

$\tan A > 0$，$\cot A > 0$.

特殊的三角函数值(包含90度角)

角 / 值 / 函数	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{9}}{3}$	$\frac{\sqrt{27}}{3}$	不存在
$\cot\alpha$	不存在	$\frac{\sqrt{27}}{3}$	$\frac{\sqrt{9}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

6. 解直角三角形的基本类型

解直角三角形的基本类型及其解法如下表.

类型	已知条件	
两边	两直角边 a、b	$c=\sqrt{a^2+b^2}$，$\tan A=\frac{a}{b}$，$\angle B=90^\circ-\angle A$
	一直角边 a、斜边 c	$b=\sqrt{c^2-a^2}$，$\sin A=\frac{a}{c}$，$\angle B=90^\circ-\angle A$
一边一锐角	一直角边 a、锐角 A	$\angle B=90^\circ-\angle A$，$b=a\cdot\cot A$，$c=\frac{a}{\sin A}$
	斜边 c、锐角 A	$\angle B=90^\circ-\angle A$，$a=c\cdot\sin A$，$b=c\cdot\cos A$

NO.

Date

7. 仰角、俯角

当我们进行测量时，在视线与水平线所成的角中，视线在水平线上方的角叫做仰角，在水平线下方的角叫做俯角。

[三角函数]是数学中属于初等函数中的超越函数的一类函数。它们的本质是任何角的集合与一个比值的集合的变量之间的映射。通常的三角函数是在平面直角坐标系中定义的，其定义域为整个实数域。另一种定义是在直角三角形中，但并不完全。现代数学把它们描述成无穷数列的极限和微分方程的解，将其定义扩展到复数系。

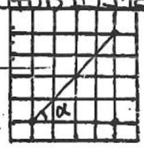
NO.

Date

锐角三角函数典例解析

要点一：锐角三角函数的基本概念

1. 三角形在方格纸中的位置如图所示. 则$\tan\alpha$的值是(　　)



A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{5}$

[解析] 选C. $\tan\alpha = \frac{\alpha角的对边}{\alpha角的邻边} = \frac{3}{4}$

2. 在$\triangle ABC$中. $\angle C=90°$ $\tan A=\frac{1}{3}$. 则$\sin B=$(　)

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

[解析] 选D. $\tan A=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{3}$. 设$BC=k$. 则$AC=3k$. 由勾股定理得

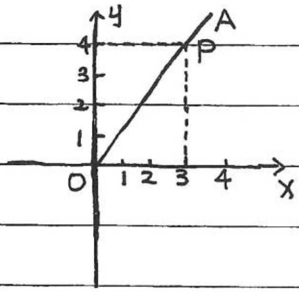
$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{(3k)^2+k^2}=\sqrt{10}k$. $\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

3. 在$\triangle ABC$中. $\angle C=90°$. $BC=6cm$. $\sin A=\frac{3}{5}$. 则AB的长是____cm.

[解析] $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{6}{AB}=\frac{3}{5}$. 解得$AB=10cm$.

答案. 10

4. 如图. 角α的顶点为O. 它的一边在x轴的正半轴上. 另一边OA上有一点P(3.4). 则$\sin\alpha$=____.



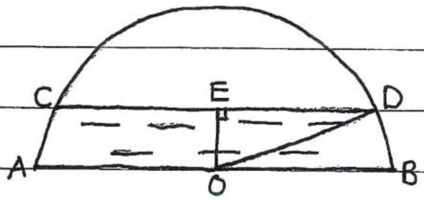
[解析] 因为P(3.4). 所以OP=5. 所以$\sin\alpha=\frac{4}{5}$;

NO.

Date

答案：$\frac{4}{5}$.

5. 如图是一个半圆形桥洞截面示意图，圆心为O，直径AB是河底线，弦CD是水位线，CD∥AB，且CD=24m，OE⊥CD于点E，已测得$\sin\angle DOE=\frac{12}{13}$.



(1) 求半径OD；

(2) 根据需要，水面要以每小时0.5m的速度下降，则经过多长时间才能将水排干？

[解析] (1) ∵ OE⊥CD于点E，CD=24(m)，

∴ $ED=\frac{1}{2}CD=12(m)$.

在Rt△DOE中，∵ $\sin\angle DOE=\frac{ED}{OD}=\frac{12}{13}$，

∴ OD=13(m)

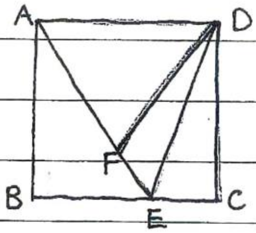
(2) $OE=\sqrt{OD^2-ED^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5(m)$

∴ 将水排干需：$5\div0.5=10$(小时).

6. 如图，在矩形ABCD中，E是BC边上的点，AE=BC，DF⊥AE，垂足为F，连接DE.

(1) 求证：△ABE≌△DFA；

(2) 如果AD=10，AB=6，求sin∠EDF的值.



[解析] (1) 在矩形ABCD中，

BC=AD，AD∥BC，∠B=90°

NO.

Date

$\therefore \angle DAF = \angle AEB$

$\because DF \perp AE,\ AE = BC$

$\therefore \angle AFD = 90^\circ = \angle B$

$AE = AD$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DFA$

(2) 由(1)知 $\triangle ABE \cong \triangle DFA$

$\therefore AB = DF = 6$

在直角 $\triangle ADF$ 中,

$AF = \sqrt{AD^2 - DF^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

$\therefore EF = AE - AF = AD - AF = 2$

在直角 $\triangle DFE$ 中,

$DE = \sqrt{DF^2 + EF^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$

$\therefore \sin\angle EDF = \frac{EF}{DE} = \frac{2}{2\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

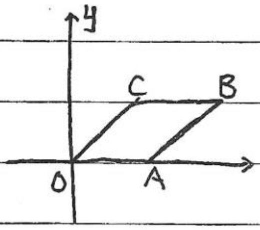
要点二 特殊角的三角函数值

1. $\sin 30^\circ$ 的值为( )

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

答案: C

2. 菱形 OABC 在平面直角坐标系中的位置如图所示, $\angle AOC = 45^\circ$, $OC = \sqrt{2}$, 则点B的坐标为( )



NO.
Date

3. $4\cos30^\circ\sin60^\circ+(-2)^{-1}-(\sqrt{2009}-2008)^\circ=$______

[解析] $4\cos30^\circ\sin60^\circ+(-2)^{-1}-(\sqrt{2009}-2008)^\circ$

$=4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+(-\frac{1}{2})-1$

$=3+(-\frac{1}{2})-1$

$=\frac{3}{2}$

答案：$\frac{3}{2}$

4. 计算：$2\sin60^\circ-3\tan30^\circ+(\frac{1}{3})^\circ+(-1)^{2009}$.

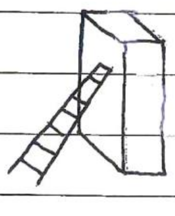
[解析] 原式 $=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-3\times\frac{\sqrt{3}}{3}+1-1=0$.

5. 计算：$\sqrt{3}\sin60^\circ-\sqrt{2}\cos45^\circ+\sqrt[3]{8}$

[解析] $\sqrt{3}\sin60^\circ-\sqrt{2}\cos45^\circ+\sqrt[3]{8}=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+2=2.5$

要点三、解直角三角形在实际问题中的运用

1. 某人想沿着梯子爬上高4m的房顶，梯子的倾斜角（梯子与地面的夹角）不能大于60°，否则就有危险，那么梯子的长至少为（　）



A. 8米　　B. $8\sqrt{3}$米　　C. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$米　　D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$米

[解析] 选C. 梯子的长至少为 $\frac{4}{\sin60^\circ}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$(米).

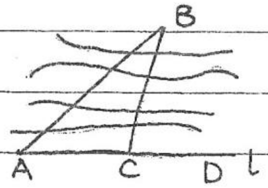
2. 如图，小明要测量河内小岛B到河边公路l的距离，在A点测得∠BAD=30°，在C点测

NO.

Date

得∠BCD=60°，又测得AC=50米，则小岛B到公路l的距离为（ ）米.

A. 25　　B. $25\sqrt{3}$　　C. $\frac{100\sqrt{3}}{3}$　　D. $25+25\sqrt{3}$

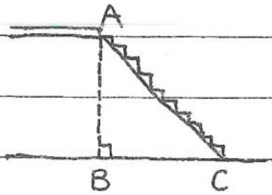


[解析] 选B 过点B作BE⊥AD于点E，在直角三角形BAE中，$\tan 30^\circ=\frac{BE}{AE}$，

则$AE=\frac{BE}{\tan 30^\circ}$，在直角三角形BCE中，$\tan 60^\circ=\frac{BE}{CE}$，则$CE=\frac{BE}{\tan 60^\circ}$.

所以$AE-CE=AC=50$，即$\frac{BE}{\tan 30^\circ}-\frac{BE}{\tan 60^\circ}=50$，解得$BE=25\sqrt{3}$；

3. 如图，市政府准备修建一座高AB=6cm的过街天桥，已知天桥的坡面AC与地面BC的夹角∠ACB的正弦值为$\frac{3}{5}$，则坡面AC的长度为____ m.



[解析] 因为$\sin\angle ACB=\frac{AB}{AC}=\frac{6}{AC}=\frac{3}{5}$，所以AC=10

答案：10.

4. 某人沿着有一定的坡度坡面前进了10米，此时他与水平地面的垂直距离为$2\sqrt{5}$米，则这个坡面的坡度为____

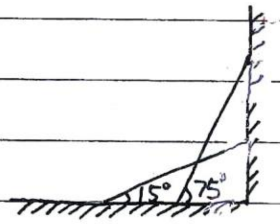
答案：1:2

5. 小明发现在教学楼走廊上有一拖把以15°的倾斜角斜靠在栏杆上，严重影响同学们

NO.

Date

的行走安全.他自觉地将拖把挪动位置.使其的倾斜角为75°.如果拖把的总长为1.80m.则小明拓宽了行路通道_____m.(结果保留三个有效数字.参考数据:sin15°≈26.cos15°≈0.97)



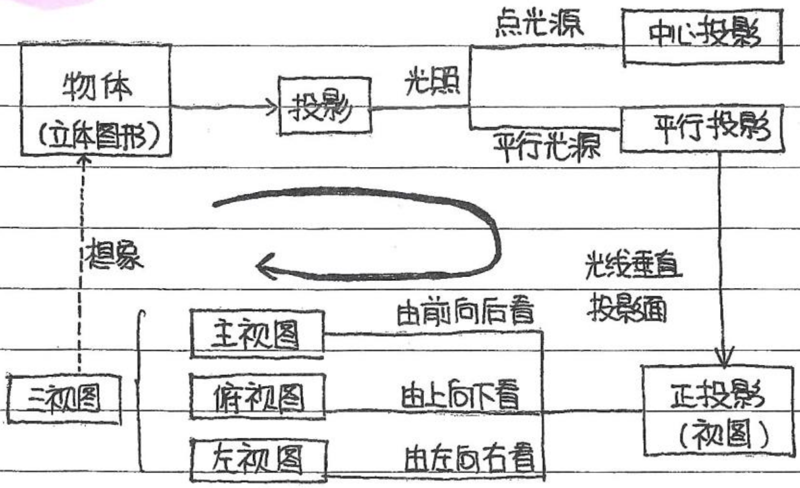
答案:1.28

NO.

Date

第四章 投影与视图

知识框架



知识点总结

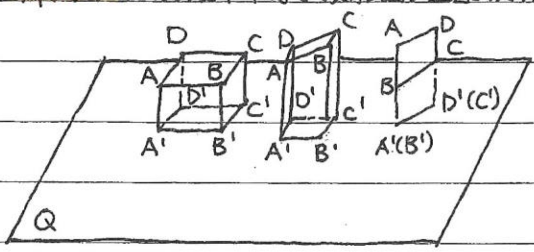
1. 投影：从初中数学的角度来说，一般地，用光线照射物体，在某个平面(地面、墙壁等)上得到的影子叫做物体的投影，照射光线叫做投影线，投影所在的平面叫做投影面.

平行投影：有时光线是一组互相平行的射线，例如太阳光或探照灯光的一束光中的光线。由平行光线形成的投影.

中心投影：由同一点(点光源发出的光线)形成的投影.

正投影：投影线垂直于投影面产生的投影。物体正投影的形状、大小与它相对于投影面的位置和角度有关。

斜投影：投影线不平行于投影面产生的投影.



NO.
Date . .

2.三视图：三视图是观测者从三个不同位置观察同一个空间几何体而画出的图形.

视图：将人的视线规定为平行投影线，然后正对着物体看过去，将所见物体的轮廓用正投影法绘制出来该图形称为视图.

一个物体有六个视图：从物体的前面向后面投射所得的视图称主视图——能反映物体的前面形状.

从物体的上面向下面投射所得的视图称俯视图——能反映物体的上面形状.

从物体的左面向右面投射所得的视图称左视图——能反映物体的左面形状。还有其他三个视图不是很常用.

三视图就是主视图、俯视图、左视图的总称.

3.投影规则：主俯长对正、主左高平齐、俯左宽相等.

即：

- 主视图和俯视图的长要相等
- 主视图和左视图的高要相等
- 左视图和俯视图的宽要相等.

在许多情况下，只用一个投影不加任何注解，是不能完整清晰地表达和确定形体的形状和结构的。如图所示，三个形体在同一个方向的投影完全相同，但三个形体的空间结构却不相同。可见只用一个方向的投影来表达形体形状是不行的，一般必须将形体向几个方向投影，才能完整清晰地表达出形体的形状和结构.

一个视图只能反映物体的一个方位的形状，不能完整反映物体的结构形状。三视图是从三个不同方向对同一个物体进行投射的结果，另外还有如剖面图、半剖面图等做为辅助，基本能完整的表达物体的结构.

4.三视图一画法：在画组合体三视图之前，首先运用形体分析法把组合体分解为若干个形体，确

NO.

Date

定它们的组合形式.判断形体间邻接表面是否处于共面、相切和相交的特殊位置.然后逐个画出形体的三视图;最后对组合体中的垂直面、一般位置面、邻接表面处于共面、相切或相交位置的面、线进行投影分析。当组合体中出现不完整形体、组合柱或复合形体相贯时,可用恢复原形法进行分析。

(1) 进行形体分析

把组合体分解为若干形体,并确定它们的组合形式,以及相邻表面间的相互位置.

(2) 确定主视图

三视图中,主视图是最主要的视图.

a.确定放置位置

要确定主视投影方向,首先解决放置问题。选择组合体的放置位置以自然平稳为原则,并使组合体的表面相对于投影面尽可能多地处于平行或垂直的位置.

b.确定主视投影方向

选最能反映组合体的形体特征及各个基本体之间的相互位置.并能减少俯、左视图上虚线的那个方向.作为主视图投影方向。

(3) 选比例.定图幅

画图时.尽量选用1:1的比例。这样既便于直接估量组合体的大小.也便于画图.按选定的比例.根据组合体长.宽.高预测出三个视图所占的面积.并在视图之间留出标注尺寸的位置和适当的间距.据此选用合适的标准图幅.

(4) 布图、画基准线

先固定图纸.然后.画出各视图的基准线。每个视图在图纸上的具体位置就确定了.基准线是指画图时测量尺寸的基准.每个视图需要确定两个方向的基准线。一般常用对称中心线、轴线和较大的平面作为基准线,逐个画出各形体的三视图.

NO.

Date

(5)画去

根据各形体的投影规律，逐个画出形体的三视图。画形体的顺序：一般先实(实形体)后空(挖去的形体)；先大(大形体)后小(小形体)；先画轮廓，后画细节。画每个形体时，要三个视图联系起来画，并从反映形体特征的视图画起，再按投影规律画出其他两个视图。对称图形、半圆和大于半圆的圆弧画出对称中心线，回转体一定要画出轴线。对称中心线和轴线用细点划线画出。

NO.

Date

中考数学常用公式定理

1. 整数(包括:正整数、0、负整数)和分数(包括:有限小数和无限循环小数)都是有理数. 如: -3, $\frac{2}{3}$1, 0.231, $0.737373\cdots$, $\sqrt{9}$, $\sqrt[3]{-8}$. 无限不循环小数叫做无理数. 如: π, $-\sqrt{5}$, $0.1010010001\cdots$(两个1之间依次多1个0). 有理数和无理数统称为实数.

2. 绝对值. $a\geq 0 \Leftrightarrow |a|=a$; $a\leq 0 \Leftrightarrow |a|=-a$. 如: $|-\sqrt{2}|=\sqrt{2}$; $|3.14-\pi|=\pi-3.14$.

3. 一个近似数,从左边第一个不是0的数字起,到最末一个数字止,所有的数字,都叫做这个近似数的有效数字. 如: 0.05972精确到0.001得0.060. 结果有两个有效数字6,0.

4. 把一个数字写成 $\pm a\times 10^n$ 的形式(其中 $1\leq a<10$, n是整数), 这种记数法叫做科学记数法. 如: $-40700=-4.07\times 10^5$, $0.000043=4.3\times 10^{-5}$.

5. 乘法公式(反过来就是因式分解的公式):

① $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

② $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$.

③ $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

④ $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$; $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$, $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$.

6. 幂的运算性质

① $a^m\times a^n=a^{m+n}$ ② $a^m\div a^n=a^{m-n}$

③ $(a^m)^n=a^{mn}$ ④ $(ab)^n=a^nb^n$

⑤ $(\frac{b}{a})^n=n$. ⑥ $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$, $(\frac{b}{a})^{-n}=(\frac{a}{b})^n$

NO.

Date

⑦ $a^0=1\ (a\neq0)$

如：$a^3\times a^2=a^5$，$a^6\div a^2=a^4$，$(a^3)^2=a^6$，$(3a^3)^3=27a^9$，$(-3)^{-1}=-\frac{1}{3}$，$5^{-2}=\frac{1}{5^2}$ $=\frac{1}{25}$，$(\frac{2}{3})^{-2}=(\frac{3}{2})^2=\frac{9}{4}$，$(-3.14)^0=1$，$(\sqrt{2}-\sqrt{3})^0=1$

7. 二次根式

① $(\sqrt{a})^2=a\ (a\geq0)$. ② $\sqrt{a^2}=|a|$

③ $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$. ④ $\sqrt{\frac{b}{a}}=\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\ (a>0,\ b\geq0)$

如：① $(3\sqrt{5})^2=45$. ② $\sqrt{(-6)^2}=6$. ③ $a<0$ 时，$\sqrt{a^2b}=-a\sqrt{b}$. ④ $\sqrt{16}$ 的平方根 $=4$ 的平方根 $=\pm2$.（平方根、立方根、算术平方根的概念）

8. 一元二次方程：对于方程：$ax^2+bx+c=0$；

① 求根公式是 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，其中 $\Delta=b^2-4ac$ 叫做根的判别式.

当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不相等的实数根；

当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根；

当 $\Delta<0$ 时，方程没有实树根. 注意：当 $\Delta\geq0$ 时，方程有实数根.

② 若方程有两个实数根 x_1 和 x_2，并且二次三项式 ax^2+bx+c 可分解为 $a(x-x_1)(x-x_2)$.

③ 以 a 和 b 为根的一元二次方程是 $x^2-(a+b)x+ab=0$.

9. 一次函数 $y=kx+b\ (k\neq0)$ 的图象是一条直线（b 是直线与 y 轴的交点的纵坐标即一次函数在 y 轴上的截距）. 当 $k>0$ 时，y 随 x 的增大而增大（直线从左向右上升）；当 $k<0$ 时，y 随 x 的增大而减小（直线从左向右下降）.

✓ 特别：当 $b=0$ 时，$y=kx\ (k\neq0)$ 又叫做正比例函数（y 与 x 成正比例），图象必过原点.

10. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}\ (k\neq0)$ 的图象叫做双曲线. 当 $k>0$ 时，双曲线在一、三象限（在每

NO.

Date . .

一象限内,从左向右降);当$k<0$时,双曲线在二、四象限(在每一象限内,从左向右上升).因此它的增减性与一次函数相反.

11. 统计初步:

(1) 概念:

① 所要考察的对象的全体叫做总体.其中每一个考察对象叫做个体.从总体中抽取的一部分个体叫做总体的一个样本.样本中个体的数目叫做样本容量.

② 在一组数据中,出现次数最多的数(有时不止一个),叫做这组数据的众数.

③ 将一组数据按大小顺序排列,把处在最中间的一个数(或两个数的平均数)叫做这组数据的中位数.

(2) 公式:设有n个数x_1、x_2、…,x_n,那么:

① 平均数为:$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$;

② 极差:用一组数据的最大值减去最小值所得的差来反映这组数据的变化范围,用这种方法得到的差称为极差,即:极差=最大值-最小值;一组数据的方差越大,这组数据的波动越大,越不稳定。

12. 频率与概率.

(1) 频率$=\frac{频数}{总数}$,各小组的频数之和等于总数,各小组的频率之和等于1,频率分布直方图中各个小长方形的面积为各组频率.

(2) 概率

① 如果用P表示一个事件A发生的概率,则$0\leq P(A)\leq 1$;

P(必然事件)=1;P(不可能事件)=0;

② 在具体情境中了解概率的意义,运用列举法(包括列表、画树状图)计算简单事件发生的概率。

NO.
Date

③大量的重复实验时频率可视为事件发生概率的估计值；

13.锐角三角函数：

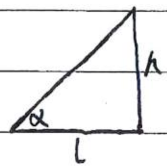
①设∠A是Rt△ABC的任一锐角，则∠A的正弦：$\sin A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}$，∠A的余弦：$\cos A=\frac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}$，∠A的正切：$\tan A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\angle A\text{的邻边}}$，并且$\sin^2A+\cos^2A=1$。

$0<\sin A<1$，$0<\cos A<1$，$\tan A>0$，∠A越大，∠A的正弦和正切值越大，余弦值反而越小。

②余角公式：$\sin(90°-A)=\cos A$，$\cos(90°-A)=\sin A$。

③特殊角的三角函数值：$\sin30°=\cos60°=\frac{1}{2}$，$\sin45°=\cos45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\sin60°=\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\tan30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\tan45°=1$，$\tan60°=\sqrt{3}$。

④斜坡的坡度：$i=\frac{\text{铅垂高度}}{\text{水平宽度}}=\frac{h}{l}$，设坡角为$\alpha$，则$i=\tan\alpha=\frac{h}{l}$。



14.平面直角坐标系中的有关知识：

(1)对称性：若直角坐标系内一点P(a,b)，则P关于x轴对称的点为$P_1(a,-b)$，P关于y轴对称的点为$P_2(-a,b)$，关于原点对称的点为$P_3(-a,-b)$。

(2)坐标平移：若直角坐标系内一点P(a,b)向左平移h个单位，坐标变为P(a−h,b)，向右平移h个单位，坐标变为P(a+h,b)；向上平移h个单位，坐标变为P(a,b+h)，向下平移h个单位，坐标变为P(a,b−h)。如：点A(2,−1)向上平移2个单位，再向右平移5个单位，则坐标变为A(7,1)。

15.二次函数的有关知识：

1.定义：一般地，如果$y=ax^2+bx+c$（a,b,c是常数，$a\neq0$），那么y叫做x的二次函数。

2.抛物线的三要素：开口方向、对称轴、顶点。

NO.

Date

①a的符号决定抛物线的开口方向：当$a>0$时，开口向上；当$a<0$时，开口向下；$|a|$相等，抛物线的开口大小、形状相同.

②平行于y轴(或重合)的直线记作$x=h$. 特别地，y轴记作直线$x=0$.

几种特殊的二次函数的图像特征如下：

函数解析式	开口方向	对称轴	顶点坐标
$y=ax^2$	当$a>0$时	$x=0$(y轴)	$(0,0)$
$y=ax^2+k$	开口向上	$x=0$(y轴)	$(0,k)$
$y=a(x-h)^2$		$x=h$	$(h,0)$
$y=a(x-h)^2+k$	当$a<0$时	$x=h$	(h,k)
$y=ax^2+bx+c$	开口向下	$x=-\frac{b}{2a}$	$(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$

16. 求抛物线的顶点、对称轴的方法

(1) 公式法：$y=ax^2+bx+c=a(x+\frac{b}{2a})^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$,

$\therefore$顶点是$(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$，对称轴是直线$x=-\frac{b}{2a}$.

(2) 配方法：运用配方的方法，将抛物线的解析式化为$y=a(x-h)^2+k$的形式，得到顶点为(h,k)，对称轴是直线$x=h$.

(3) 运用抛物线的对称性：由于抛物线是以对称轴为轴的轴对称图形，对称轴与抛物线的交点是顶点.

若已知抛物线上两点(x_1,y)、(x_2,y)(及y值相同)，则对称轴方程可以表示为：$x=\frac{x_1+x_2}{2}$

17. 抛物线$y=ax^2+bx+c$中 a、b、c的作用

(1) a决定开口方向及开口大小，这与$y=ax^2$中的a完全一样.

(2) b和a共同决定抛物线对称轴的位置. 由于抛物线$y=ax^2+bx+c$的对称轴

NO.

Date

是直线$x=-\frac{b}{2a}$. 故: ①$b=0$时, 对称轴为y轴; ②$\frac{b}{a}>0$(即a.b同号)时, 对称轴在y轴左侧; ③$\frac{b}{a}<0$(即a.b异号)时. 对称轴在y轴右侧.

(3) c的大小决定抛物线$y=ax^2+bx+c$与y轴交点的位置. 当$x=0$时. $y=c$. ∴抛物线$y=ax^2+bx+c$与y轴有且只有一个交点(0.c):

① $c=0$. 抛物线经过原点.

② $c>0$. 与y轴交于正半轴.

③ $c<0$. 与y轴交于负半轴.

以上三点中. 当结论和条件互换时, 仍成立. 如抛物线的对称轴在y轴右侧. 则$\frac{b}{a}<0$

18. 用待定系数法求二次函数的解析式

(1) 一般式: $y=ax^2+bx+c$. 已知图像上三点或三对x、y的值. 通常选择一般式.

(2) 顶点式: $y=a(x-h)^2+k$. 已知图像的顶点或对称轴, 通常选择顶点式.

(3) 交点式: 已知图像与x轴的交点坐标x_1、x_2. 通常选用交点式: $y=a(x-x_1)(x-x_2)$.

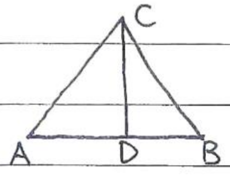
19. 多边形内角和公式: n边形的内角和等于$(n-2)180°$($n\geq3$. n是正整数), 外角和等于360°

20. 直角三角形中的射影定理: 如图: Rt△ABC中. ∠ACB=90°. CD⊥AB于D. 则有:

(1) $CD^2=AD\cdot BD$

(2) $AC^2=AD\cdot AB$

(3) $BC^2=BD\cdot AB$



21. 三角形的内心与外心: 三角形的内切圆的圆心叫做三角形的内心. 三角形的内心就是三内角角平分线的交点. 三角形的外接圆的圆心叫做三角形的外心. 三角形的外心就是三边中垂线的交点. 牢记!

NO.
Date

常见结论:

(1) $Rt\triangle ABC$的三条边分别为: a, b, c (c为斜边), 则它的内切圆的半径$\boxed{r=\frac{a+b-c}{2}}$.

(2) $\triangle ABC$的周长为l, 面积为S, 其内切圆的半径为r, 则$\boxed{S=\frac{1}{2}lr}$

22. 面积公式:

① $S_{正\triangle}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(边长)^2$

② $S_{平行四边形}=底\times高$.

③ $S_{菱形}=底\times高=\frac{1}{2}\times(对角线的积)$, $S_{梯形}=\frac{1}{2}(上底+下底)\times高=中位线\times高$

④ $S_{圆}=\pi R^2$.

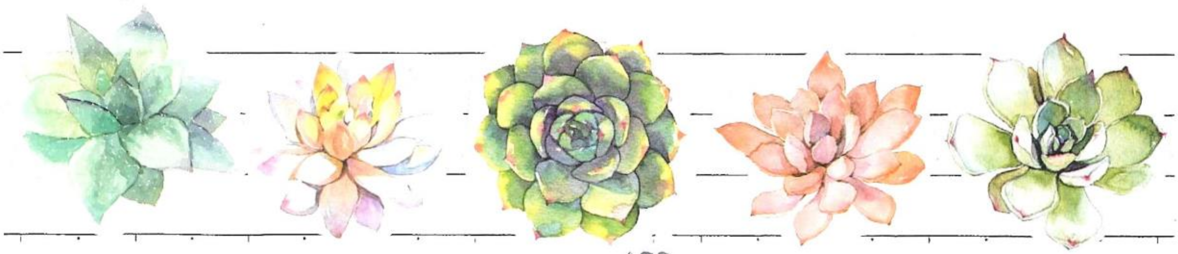
⑤ $L_{圆周长}=2\pi R$.

⑥ 弧长$L=\frac{n\pi R}{180}$.

⑦ $S_{扇形}=\frac{n\pi R^2}{360}=\frac{1}{2}lr$

⑧ $S_{圆柱侧}=底面周长\times高=2\pi rh$. $S_{全面积}=S_{侧}+S_{底}=2\pi rh+2\pi r^2$

⑨ $S_{圆锥侧}=\frac{1}{2}\times底面周长\times母线=\pi rb$. $S_{全面积}=S_{侧}+S_{底}=\pi rb+\pi r^2$



NO.
Date

常用的数学思想和方法

一、常用的数学思想（数学中的四大思想）

1. 函数与方程的思想

用变量和函数来思考问题的方法就是函数思想，函数思想是函数概念、图象和性质等知识更高层次的提炼和概括，是在知识和方法反复学习中抽象出的带有观念的指导方法。

深刻理解函数的图像和性质是应用函数思想解题的基础，运用方程思想解题可归纳为三个步骤：

① 将所面临的问题转化为方程问题；
② 解这个方程或讨论这个方程，得出相关的结论；
③ 将所得出的结论再返回到原问题中去。

2. 数形结合思想

在中学数学里，我们不可能把"数"和"形"完全孤立地割裂开，也就是说，代数问题可以几何化，几何问题也可以代数化，"数"和"形"在一定条件下可以相互转化、相互渗透。

3. 分类讨论思想

在数学中，我们常常需要根据研究对象性质的差异，分各种不同情况予以考察，这是一种重要数学思想方法和重要的解题策略，引起分类讨论的因素较多，归纳起来主要有以下几个方面：

(1) 由数学概念、性质、定理、公式的限制条件引起的讨论；
(2) 由数学变形所需要的限制条件所引起的分类讨论；
(3) 由于图形的不确定性引起的讨论；
(4) 由于题目含有字母而引起的讨论。

NO.

Date

分类讨论的解题步骤一般是：

(1) 确定讨论的对象以及被讨论对象的全体；

(2) 合理分类，统一标准，做到既无遗漏又无重复；

(3) 逐步讨论，分级进行；

(4) 归纳总结作出整个题目的结论.

4. 等价转化思想

等价转化是指同一命题的等价形式，可以通过变量问题的条件和结论，或通过适当的代换转化问题的形式，或利用互为逆否命题的等价关系来实现.

常用的转化策略有：已知与未知的转化；正向与反向的转化；数与形的转化；一般与特殊的转化；复杂与简单的转化.

二、常用的数学方法

主要有换元法、配方法和待定系数法三种.

三、例题解析

【例1】：解方程：$x+1-\frac{3}{x+1}=2$.

解：设 $x+1=y$，则原方程化为 $y-\frac{3}{y}=2$

去分母，得 $y^2-2y-3=0$.

解这个方程，得 $y_1=-1$，$y_2=3$.

当 $y=-1$ 时，$x+1=-1$，所以 $x=-2$；

当 $y=3$ 时，$x+1=3$，所以 $x=2$.

经检验，$x=2$ 和 $x=-2$ 均为原方程的解.

[点拨] 解分式方程通常是采用去分母或还元法转化为整式方程，并特别要注意验根.

NO.

Date . .

【例2】:已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为 $x=2$，且经过点 $(1,4)$ 和点 $(5,0)$，则该抛物线的解析式为______.

[解析] ∵函数 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为 $x=2$，且经过点 $(1,4)$ 和点 $(5,0)$，∴ $b=-4a$ ①将点 $(1,4)$，$(5,0)$ 的坐标分别代入 $y=ax^2+bx+c$ 得 $a+b+c=4$ …② $25a+5b+c=0$ ③

解①②③得 $a=-\frac{1}{2}$，$b=2$，$c=\frac{5}{2}$. 故抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}$.

[点拨] 利用待定系数法可求函数的解析式，代数式及多项式的因式分解等符合题设条件的数学式.

NO.
Date

中考数学几何题的辅助线如何添加

中考数学几何题目的解答中,一条巧妙的辅助线常常使一道难题迎刃而解。但是我们应当如何巧妙的添加辅助线呢?下面我们从添加辅助线的情况以及基本图形的辅助线画法两个方面来对中考数学几何题目的辅助线添加进行说明.

一、添辅助线有二种情况:

1. 按定义添辅助线:

如(证明二直线垂直可延长使它们相交后证交角为90°)(证线段倍半关系可倍线段取中点或半线段加倍)(证角的倍半关系也可类似添辅助线).

2. 按基本图形添辅助线

每个几何定理都有与它相对应的几何图形,我们把它叫做基本图形.添辅助线往往是具有基本图形的性质而基本图形不完整时补完整基本图形.因此"添线"应该叫做"补图"这样可防止乱添线,添辅助线也有规律可循。举例如下:

(1) 平行线是个基本图形:

当几何中出现平行线时添辅助线的关键是添与二条平行线都相交的第三条直线

(2) 等腰三角形是个简单的基本图形:

当几何问题中出现(一点发出的二条相等线段)时往往要补完整等腰三角形。出现(角平分线与平行线组合)时可延长平行线与角的二边相交得等腰三角形。

(3) 等腰三角形中的重要线段是个重要的基本图形:

出现(等腰三角形底边上的中点)添底边上的中线:出现(角平分线与垂线组合)时可延长垂线与角的二边相交得等腰三角形中的重要线段的基本图形.

(4) 直角三角形斜边上中线基本图形

出现(直角三角形斜边上的中点)往往添斜边上的中线。出现(线段倍半关系且倍线段是直角三角形的斜边)则要添直角三角形斜边上的中线得直角三角形斜边上中线基本图形.

NO.

Date

(5) 三角形中位线基本图形

几何问题中出现多个中点时往往添加三角形中位线基本图形进行证明当有中点没有中位线时则添中位线。当有中位线三角形不完整时则需补充完整三角形；当出现线段倍半关系且与倍线段有公共端点的线段带一个中点则可过这中点添倍线段的平行线得三角形中位线基本图形；当出现线段倍半关系且与半线段的端点是某线段的中点，则可过带中点线段的端点添半线段的平行线得三角形中位线基本图形.

(6) 全等三角形：

全等三角形有轴对称形，中心对称形，旋转形与平移形等；如果出现两条相等线段或两个档相等角关于某一直线成轴对称就可以添加轴对称形全等三角形：或添对称轴，或将三角形沿对称轴翻转。当几何问题中出现一组或两组相等线段位于一组或对顶角两边且成一直线时可添加中心对称形全等三角形加以证明，添加方法是将四个端点两两连结或过二端点添平行线.

(7) 相似三角形：

相似三角形有平行线型（带平行线的相似三角形），相交线型，旋转型；当出现相比线段重叠在一条直线上时（中点可看成比为1）可添加平行线得平行线型相似三角形。若平行线过端点添则可以分点或另一端点的线段为平行方向，这类题目中往往有多种浅线方法.

(8) 特殊直角三角形

当出现30，45，60，135，150度特殊角时可添加特殊直角三角形，利用45角直角三角形三边比为1:1:√2；30度角直角三角形三边比为1:2:√3进行证明.

(9) 半圆上的圆周角

出现直径与半圆上的点，添90度的圆周角；出现90度的圆周角则添它所对弦—直径；平面几何中总共只有二十多个基本图形就像房子不外有一砖，瓦，水泥，石灰，木等组成一样.

二、基本图形的辅助线的画法

NO.

Date

1. 三角形问题添加辅助线方法

方法1：有关三角形中线的题目，常将中线加倍。含有中点的题目，常常利用三角形的中位线，通过这种方法，把要证的结论恰当的转移，很容易地解决问题。

方法2：含有平分线的题目，常以角平分线为对称轴，利用角平分线的性质和题中的条件构造出全等三角形，从而利用全等三角形的知识解决问题。

方法3：结论是两线段相等的题目常画辅助线构成全等三角形，或利用关于平分线段的一些定理。

方法4：结论是一条线段与另一条线段之和等于第三条线段这类题目，常采用截长法或补短法，所谓截长法就是把第三条线段分成两部分，证其中的一部分等于第一条线段，而另一部分等于第二条线段。

2. 平行四边形中常用辅助线的添法

平行四边形（包括矩形、正方形、菱形）的两组对边、对角和对角线都具有某些相同性质，所以在添辅助线方法上也有共同之处，目的都是造就线段的平行、垂直，构成三角形的全等相似，把平行四边形问题转化成常见的三角形、正方形等问题处理，其常用方法有下列几种，举例简解如下：

(1) 连对角线或平移对角线；

(2) 过顶点作对边的垂线构造直角三角形

(3) 连接对角线交点与一边中点，或对角线交点作一边的平行线，构造线段平行或中位线

(4) 连接顶点与对边上一点的线段或延长这条线段，构造三角形相似或等积三角形。

(5) 过顶点作对角线的垂线，构成线段平行或三角形全等。

3. 梯形中常用辅助线的添法

梯形是一种特殊的四边形。它是平行四边形、三角形知识的综合，通过添加适当的辅助线

NO.

Date

将梯形问题化归为平行四边形问题或三角形问题来解决。辅助线的添加成为问题解决的桥梁，梯形中常用到的辅助线有：

(1) 在梯形内部平移一腰。

(2) 梯形外平移一腰.

(3) 梯形内平移两腰

(4) 延长两腰

(5) 过梯形上底的两端点向下底作高.

(6) 平移对角线.

(7) 连接梯形一顶点及一腰的中点.

(8) 过一腰的中点作另一腰的平行线.

(9) 作中位线

当然在梯形的有关证明和计算中，添加的辅助线并不一定是固定不变的、单一的。通过辅助线这座桥梁，将梯形问题化归为平行四边形问题或三角形问题来解决，这是解决问题的关键.

4. 圆中常用辅助线的添法

在平面几何中，解决与圆有关的问题时，常常需要添加适当的辅助线，架起题设和结论间的桥梁，从而使问题化难为易，顺其自然地得到解决，因此，灵活掌握作辅助线的一般规律和常见方法，对提高学生分析问题和解决问题的能力是大有帮助的.

(1) 见弦作弦心距

有关弦的问题，常作其弦心距（有时还须作出相应的半径），通过垂径平分定理，来沟通题设与结论间的联系.

(2) 见直径作圆周角

在题目中若已知圆的直径，一般是作直径所对的圆周角，利用"直径所对的圆周角是直角"

NO.

Date · ·

这一性质来证明问题.

(4) 两圆相切作公切线

对两圆相切的问题,一般是经过切点作两圆的公切线或作它们的连心线,通过公切线可以找到与圆有关的角的关系。

(5) 两圆相交作公共弦

对两圆相交的问题,通常是作出公共弦,通过公共弦既可把两圆的弦联系起来,又可以把两圆中的圆周角或圆心角联系起来.

NO.

Date

中考数学复习8个知识点常记忆

知识点1：一元二次方程的基本概念

1. 一元二次方程 $3x^2+5x-2=0$ 的常数项是 -2.
2. 一元二次方程 $3x^2+4x-2=0$ 的一次项系数为4，常数项为 -2.
3. 一元二次方程 $3x^2-5x-7=0$ 的二次项系数为3，常数项为 -7.
4. 把方程 $3x(x-1)-2=-4x$ 化为一般式为 $3x^2-x-2=0$

知识点2：直角坐标系与点的位置

1. 直角坐标系中，点 $A(3,0)$ 在x轴上.
2. 直角坐标系中，y轴上的任意点的横坐标为0.
3. 直角坐标系中，点 $A(1,1)$ 在第一象限.
4. 直角坐标系中，点 $A(2,-3)$ 在第四象限.
5. 直角坐标系中，点 $A(-2,1)$ 在第二象限.

知识点3：已知自变量的值求函数值

1. 当 $x=2$ 时，函数 $y=\sqrt{2x-3}$ 的值为1.
2. 当 $x=3$ 时，函数 $y=\frac{1}{x-2}$ 的值为1.
3. 当 $x=-1$ 时，函数 $y=\frac{1}{\sqrt{2x-3}}$ 的值为1.

知识点4：基本函数的概念及性质

1. 函数 $y=-8x$ 是一次函数.
2. 函数 $y=4x+1$ 是正比例函数
3. 函数 $y=-\frac{1}{2}x$ 是反比例函数.
4. 抛物线 $y=-3(x-2)^2-5$ 的开口向下.

NO.

Date

5. 抛物线$y=4(x-3)^2-10$的对称轴是$x=3$.

6. 抛物线$y=\frac{1}{2}(x-1)^2+2$的顶点坐标是$(1,2)$.

7. 反比例函数$y=\frac{2}{x}$的图象在第一、三象限.

知识点5：数据的平均数中位数与众数.

1. 数据13,10,12,8,7的平均数是10.

2. 数据3,4,2,4,4的众数是4.

3. 数据1,2,3,4,5的中位数是3.

知识点6：特殊三角函数值

1. $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\sin^2 60^\circ+\cos^2 60^\circ=1$.

3. $2\sin 30^\circ+\tan 45^\circ=2$.

4. $\tan 45^\circ=1$.

5. $\cos 60^\circ+\sin 30^\circ=1$.

知识点7：圆的基本性质

1. 半圆或直径所对的圆周角是直角.

2. 任意一个三角形一定有一个外接圆.

3. 在同一平面内，到定点的距离等于定长的点的轨迹，是以定点为圆心，定长为半径的圆.

4. 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等.

5. 同弧所对的圆周角等于圆心角的一半.

6. 同圆或等圆的半径相等.

7. 过三个点一定可以作一个圆.

NO.

Date

8. 长度相等的两条弧是等弧.

9. 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等.

10. 经过圆心平分弦的直径垂直于弦

知识点8：直线与圆的位置关系

1. 直线与圆有唯一公共点时，叫做直线与圆相切.

2. 三角形的外接圆的圆心叫做三角形的外心.

3. 弦切角等于所夹的弧所对的圆心角.

4. 三角形的内切圆的圆心叫做三角形的内心.

5. 垂直于半径的直线必为圆的切线.

6. 过半径的外端点并且垂直于半径的直线是圆的切线.

7. 垂直于半径的直线是圆的切线.

8. 圆的切线垂直于过切点的半径

NO.

Date . .

中考数学40个注意点

特别提醒：每位同学均要仔细看3-5遍，记住每句话，方能考出最佳成绩。你的父母、老师都期待你最好的中考成绩，不能辜负他们的期望。

1. 认真审题，不慌不忙，先易后难，不能忽略题目中的任何一个条件。
2. 考虑各种简便方法解题。选择题、填空题更是如此（直接法最后考虑）尤其是选择题，有些可用排除法、特殊值法、画图像解答，不必每题都运算。
3. 解各类大题目时脑子里必须反映出该题与平时做的哪条题类似，应反映出似曾相识，又非曾相识的感觉。
4. 注意物理、化学及其它学科习题与数学的联系，应反映出该题的公式，把此题公式与数学知识联系起来。此类习题不会太难，但容易错。
5. 会做的习题不能解错，狠抓基本分（一般先解答好80－100分的基本分）。
6. 大题目先把会的一步或两步解好，解题时不会做的先放一放，最后再来解决此类提高问题。
7. 实际问题要多读题目，注意认真分析，到题目中寻找等量关系，获取信息，不放过任何一个条件（包括括号里的信息），且注意解答完整。尤其注意实用题中的圆弧型实物还是抛物线型的实物。是圆弧找圆心，求半径。是抛物线建立直角坐标系，求解析式。
8. 求二次函数解析式，第一步要检验，方可解第二步（第一步不能错，一错全功尽弃）。
9. 注意，如果第一步条件少，无从下手时，应认真审题，画草图寻找突破口，才能完成下面几步。注意考虑上步结论或上一步推导过程中的结论。
10. 熟悉圆中常见辅助线的规律，基础好的学生应力争解出每一步，方可取得高分，基础差的应会一步解一步，任何学生不可空白。（例如：应用题的题设，存在题的存在一定要回答）
11. 找规律的题目，要重在找出规律，切忌盲目乱填。若是函数关系，解好一定要检验，包

NO.

Date . .

指自变量。若不是函数关系，应寻找指数或其它关系.

12. 不得已求角、线段的长，可以猜测或度量法。特别注意形如多项选择题.

13. 注意综合题、压轴题一般应从左到右三等分完成，要解清楚，答题要完整，尽量不被扣分.

14. 注意两个答案.方程解得两个答案，有时只有一个答案成立，而有些几何题，却要注意考虑两种情况。有两种答案的通常有：

(1) 圆中①已知两圆半径，公共弦，求圆心距.

②已知弦，求弦所对的圆周角.

③已知半径和两条平行弦，求平行弦间的距离.

④已知两圆半径，求相切时的圆心距(考虑内切、外切).

⑤两圆内切时，已知圆心距和一圆半径，求另一圆半径.

(2) 三角形的高(两种情况)：锐角三角形和钝角三角形不一样.

15. 尺规作图，应清楚反映出尺规作图的痕迹，否则会被扣分(一般作垂直平分线和角平分线较多)，尺规作图中直尺只能用来画直线而不能画垂直，画垂直必须用圆规.

16. 注意复杂题目中隐含条件，特别应考虑有没有直角三角形斜边上的高的条件。尤其在圆中和平面直角坐标系中，考虑用勾股定理、射影定理、解直角三角形、面积公式、斜边上的中线、内切圆半径公式 $r=\frac{a+b-c}{2}$、外接圆半径公式 $R=\frac{c}{2}$ 作外接圆、内切圆或直径来完成。

17. 注意以下几点：

(1) 解二次方程，二次函数(二项项系数不为0)考虑以下四种方法：

①解方程 ②把解代入 ③考虑Δ ④韦达定理。另：二次方程$\Leftrightarrow$二次函数

(2) 见比例，设参数。例：若$\frac{a}{5}=\frac{b}{4}$，则可设$a=5k$，$b=4k$

(3) 求两线段之比或证四条线段成比例，作平行线或证相似.

(4) "$\Delta=-(m-1)^2\geq0$" (非负数时) m只能取1，Δ只能等于0.

(5) 求参数时，注意检验Δ(否则要被扣分).

NO.

Date . .

(6) 分式方程(组)不管是式子还是应用题一定要检验。!

(7) 不把不合题意的答案向下蔓延.

(8) 注意单位、设题、答题的完整.

(9) 突破中档题、高档题(不许空白).它是争取110分以上高分的关键.

(10) 分析题、开放型习题,会多少解多少,力争提高总分.

(11) 调整好心理状态,解答习题时,不要浮躁,力争考出最佳水平.

18. 统计初步和概率习题注意.

(1) 平均数、中位数、众数、方差、极差、标准差、加权平均数的计算要准确.权重要化成百分数.

方差计算公式: $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$

标准差计算公式: $S=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}$

(2) 认真思考样本、总体、个体、样本容量(不带任何单位,只是一个数)在选择题中的正确判断。(注意研究的对象决定了样本的说法)

(3) 掌握好频数、频率、样本容量、频率分布直方图中小长方形的面积与他们的关系。直方图中每个小长方形的面积等于相应各组频率,小长方形的面积和等于1,直方图中涉及到的梯形的面积必然小于1.

(4) 概率:

① 注意概率、机会、频率的共同点和不同点。

② 注意题目中隐含求概率的问题.

③ 画树状图及其它方法求概率.

④ 摸球模型题注意放回和不放回.

⑤ 注意在求概率的问题中寻找替代物,常见的替代物有:球、扑克牌、骰子等.

19. 圆柱、圆锥侧面展开图、扇形面积及弧长公式

NO.

Date

应熟记：(1) $S_{圆柱侧}$ = 底面周长 × 母线，$S_{圆柱表} = S_{圆柱侧} + 2S_{底}$

(2) $S_{圆锥侧} = \frac{1}{2}$底面周长 × 母线，$S_{圆锥表} = S_{圆锥侧} + S_{底}$

(3) $S_{扇形} = \frac{n\pi r}{360}$，$S_{扇形} = \frac{1}{2}lR$，$S_{扇形} = \pi R r$

(4) $l_{弧长} = \frac{n\pi R}{180}$

(5) $\theta = \frac{r}{R} \cdot 360°$（以上各式中R为母线长）

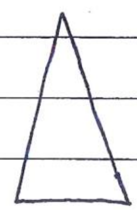
做圆锥的问题时，常抓住两点：

(1) 圆锥母线长等于侧面展开图扇形的半径。

(2) 圆锥底面周长等于侧面展开图扇形的弧长。

20. 如图：C是AB的黄金分割点则 $AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$，$BC = \frac{3-\sqrt{5}}{2}AB$（注意填空题中可能会有两个答案）

如图，顶角36°，底角72°的三角形，是黄金三角形，其底边与一腰之比等于 $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$



21. 圆中常见辅助线：

★ (1) 见切线连圆心和切点；

(2) 两圆相交连结公共弦和连心线（连心线垂直平分公共弦）；

(3) 两圆相切，作公切线和连心线，连心线必过切点；

(4) 作直径，作弦心距，构造直角三角形，应用勾股定理；

(5) 作直径所对的圆周角，把要求的角转化到直角三角形中。

22. 求解析式：

(1) 正比例函数、反比例函数只要已知一个条件即可

(2) 一次函数 $y = kx + b$ 须知两个条件

(3) 二次函数的三种形式：一般式、顶点式、交点式要会灵活运用，一般式最后考虑，尽量不用

NO.

Date

(顶点纵坐标公式及与x轴的两交点距离公式)因为它难解且有两个答案。设法求出抛物线与x轴的两个交点坐标.

(4) 抛物线 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$.

抛物线的对称轴：$x=-\frac{b}{2a}$ 或 $x=\frac{x_1+x_2}{2}$（若对称轴在y轴右侧，则a、b符号相反，若对称轴在y轴左侧，则a、b符号相同）

(5) 求解析式有时要考虑韦达定理：$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$；$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$

23. 定理证明

(1) 射影定理（用相似）

(2) 勾股定理（用射影定理）

(3) 等腰梯形的性质、判定、中位线定理（记好常见的辅助线，不能用定理证定理）

(4) 平行四边形、矩形、菱形、正方形中的有关定理

24. (1) 是轴对称图形但不是中心对称的图形有：角、等腰三角形、等边三角形、等腰梯形、正n多边形（n为奇数）

(2) 是中心对称图形但不是轴对称图形有：平行四边形.

(3) 既是轴对称图形又是中心对称图形的有：线段、矩形、菱形、正方形、圆、正n边形（n为偶数）

25. n边形的内角和计算公式：$(n-2)\cdot180°$；外角和为360°

26. 圆的外切四边形的两组对边和相等（边的关系）

圆的内接四边形对角互补，每个外角等于它的内对角（角的关系）

27. 任意四边形的中点四边形都是平行四边形；

顺次连接对角线相等的四边形的中点的四边形是菱形.

顺次连接对角线互相垂直的四边形的中点的四边形是矩形.

28. 有外接圆的图形：三角形、等腰梯形、矩形、正方形、正n边形.

有内切圆的图形：三角形、菱形、正方形、正n边形.

NO.

Date

29. 平面镶嵌记住：$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2}$（x,y,z为不同的正多边形的边数）或者一点处所有内角和为360°

30. 遇到要求线段的取值范围，一般要把它放到三角形中.

31、因式分解时，首先考虑提取公因式，再考虑公式法。一定要注意最后结果要分解到不能再分。

32、求角的关系常用：① 三角形的一个外角等于不相邻的两个内角和。

② 同角的余角相等，等角的余角相等

③ 圆内接四边形的对角互补

33、乘法公式及常见变形：

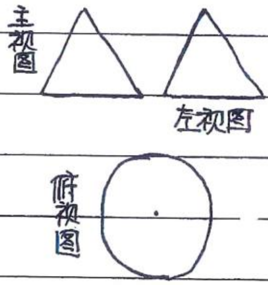
① $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

② $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

③ $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(a-b)^2+2ab$

④ $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

⑤ $x^2+\frac{1}{x^2}=(x+\frac{1}{x})^2-2=(x-\frac{1}{x})^2+2$



34. $\sqrt{a}\,(a\geq 0)$； $\sqrt{a}\geq 0$； $(\sqrt{a})^2=a$； $\sqrt{a^2}=|a|$

35. 逆命题就是将条件和结论互换。反证法第一步应假设与结论相反的情况。

36. 在三角函数的计算中，应把角放到直角三角形中，可以作必要的辅助线.

37. 注意仰角：当从低处观测到高处的目标时，视线与水平线所成的锐角称为仰角.

俯角、坡度。坡度是斜坡与水平面之间的夹角的正切值，坡值为一比几如：$1:\sqrt{3}$

38. 三个视图之间的长、宽、高关系。即长对正，宽相等，高平齐.

39. 合理运用以下几点应试技巧来解各种题型：

● 选择题：在做选择题可运用各种解题的方法：如直接法，特殊值法，排除法，验证法，图

NO.

Date · ·

解法、假设法(即反证法)、动手操作法(比如折一折、量一量等方法)。对于选择题中有"或"的选项一定要警惕，看看要不要取舍。

• 填空题：注意一题多解的情况.

• 解答题：(1) 注意规范答题，过程和结论都要书写规范.

(2) 计算题一定要细心，最后答案要最简，要保证绝对正确.

(3) 先化简后求值问题，要先化到最简，代入求值时要注意：分母不为零；适当考虑技巧，如整体代入。

(4) 解分式方程一定要检验，应用题中也是如此.

(5) 解直角三角形问题。注意交代辅助线的作法，解题步骤。关注直角，特殊角。取近似值时一定要按照题目要求。

(6) 实际应用问题，题目长，多读题，根据题意，找准关系，列方程、不等式(组)或函数关系式)。最后要注意验根和答。

(7) 概率题：要通过画树状图、列表或列举，列出所有等可能的结果，然后再计算概率

(8) 证明题：在证明时只能直接用附录2中所列的证明的依据，其余遇有用到平时补充结论，要合情推理.

(9) 方案设计题：要看清楚题目的设计题要求，设计时考虑满足要求的最简方案，不要考虑复杂、追求美观的方案.

(10) 若压轴题最后一步确定无从下手，可以放弃，不如把时间放在检验别的题目上，对于存在性问题，要注意可能有几种情况不要遗漏，对于运动型问题，注意要通过多画草图的方法把运动过程搞清楚，也要考虑可能有几种情况.

40. 考虑到网上阅卷对答题的要求很高，所以同学们在答题前应设计好答案的整个布局，分成几栏来答题，字要大小适当，不要把答案写在规定的区域以外的地方。否则扫描时不能扫到你所写的答案.

NO.

Date · ·

画图用2B铅笔多描几次，答卷用0.5毫米的黑色水笔。

若试题难，遵循"你难我难，我不怕难"的原则.

若试题易，则遵循"你易我易，我不大意"的原则.

考试时牢记以上40点，老师相信同学们一定要考出理想的成绩！